

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE



**MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE ELHADJ-LAKHDAR BATNA
FACULTE DES SCIENCES**



DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° d'ordre :

Série :

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister en Physique

Spécialité : PHYSIQUE DES RAYONNEMENTS

Option : PLASMAS ET LASERS

THEME

***EFFEF DE SATURATION DE L'INSTABILITE
DE WEIBEL INDUITE PAR
BREMSSTRAHLUNG INVERSE***

Par : BELGHIT SLIMEN

Soutenu le : 03 / 11 / 2010

Devant le jury :

| | | |
|-------------------|-------------------------------|---------------------|
| A. Bouldjedri | Pr. Univ.Hadj Lakhder-Batna. | Président |
| K. Bendib-kalache | Pr. USTHB-Alger. | Rapporteur de thèse |
| D. Bahloul | M.C. Univ.Hadj Lakhder-Batna. | Examineur |
| A. Sid | M.C. Univ.Hadj Lakhder-Batna. | Examineur |

Sommaire

Introduction générale------(8)

CHAPITRE I :

ETUDIE BIBLIOGRAPHIQUE DE L'INSTABILITE DE WEIBEL

| | |
|---|------|
| I-Introduction ----- | (17) |
| II- instabilité de weibel ----- | (17) |
| II-1- Mécanisme physique ----- | (18) |
| II-2-Résultat de Weibel ----- | (21) |
| II-3- Relation de dispersion semi-collisionnelle des modes Weibel dans les plasmas créés par laser ----- | (25) |
| III-Instabilité de Weibel due au bremsstrahlung inverse ----- | (29) |
| III- 1-a- Bremsstrahlung inverse. ----- | (29) |
| III- 1-b- Taux d'absorption ----- | (30) |
| III-2-Description cinétique des effets du bremsstrahlung inverse. ----- | (31) |
| III- 2-a -Résultat de Langdon ----- | (32) |
| III -2- b- Résultat de Matte et al ----- | (35) |
| III-3- Analyse des modes Weibel dus au bremsstrahlung inverse ----- | (36) |
| IV. Conclusion ----- | (39) |

CHAPITRE II :

ANALYSE DE L'INSATABILITE DES MODES WEIBEL

| | |
|--|------|
| I-Introduction. | (41) |
| II-Calcul de la fonction de distribution en présence d'un champ électrique haute fréquence. | (41) |
| II-1 -Equation de Fokker-Planck | (41) |
| i) Approximation de Lorentz | (42) |
| ii) Approximation sur les ions | (42) |
| II-2- Résolution de l'équation de Fokker-Planck haute fréquence | (45) |
| II-3 -Résolution de l'équation de Fokker-Planck basse fréquence | (46) |
| III -Analyse de l'instabilité de Weibel | (53) |
| III-1- Calcul de la fonction de distribution perturbée. | (53) |
| III-2 -Détermination de la relation de dispersion. | (61) |
| III-3- Amélioration du modèle de l'opérateur de collision électron-ion | (66) |
| i) Calcul de la seconde anisotropie $f_{s2}^{(0)}$ | (67) |
| ii) Calcul de la fonction des composantes $f_{s1,\pm 1}^{(1)}$ | (68) |
| iii) Calcul du taux d'instabilité. | (69) |
| Conclusion | (72) |
| Conclusion générale | (74) |
| Références | (75) |

Remerciements

- Ø J'exprime une grande gratitude à **Madame Bendib Kalach Karima**, Professeur à l'université des Sciences et de la Technologie HB, (USTHB), mon directrice de thèse. Je le remercie de m'avoir transmis une partie de son savoir et de son expérience sur la physique des plasmas et ses applications dans le domaine de l'interaction Laser-Plasma. Merci aussi pour sa disponibilité, l'aide précieuse qu'il m'a apportée chaque fois que j'en ai eu besoin, et ses nombreux conseils. Je lui suis particulièrement reconnaissant de la confiance qu'il m'a témoignée pendant ces deux années.
- Ø J'aimerais ensuite remercier Monsieur **A. Bouldjedri**, Professeur à l'université de Batna et le directeur du laboratoire (PRIMALAB), qui avec toute sa compétence, a examiné ce travail et malgré ses responsabilités très prenantes, a bien accepté d'être le président du jury.
- Ø Mes vifs remerciements à :
- Ø Je voudrais également adresser mes remerciements a Monsieur **A. Bendib** Professeur à l'université des Sciences et de la Technologie HB (USTHB) qui après m'avoir formé à la physique des plasmas au cours de l'année théorique du magistère au département de physique - université du colonel Hadj Lakhdar. M'a fait l'honneur de participer à mon jury de thèse.

Ø Monsieur **D.Bahloul**. Maitre de conférences au département de Physique de l'Universitaire de Batna, qui a bien voulu accepter de faire partie du jury et d'examiner mon travail.

Ø Monsieur **A.Sid** . Maitre de conférences au département de Physique de l'Universitaire de Batna, qui a bien voulu accepter de faire partie du jury et d'examiner mon travail

Ø Mes remerciements également à toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail au niveau de l'université de Batna Monsieur :
O.BOULTIF.T.ASKAR.Y.RAHMANI .M.FISLI

Ø Merci de tout cœur à mes parents et ma famille d'avoir toujours fait le maximum pour m'offrir la possibilité de faire ce qui me motivait.

Je voudrais remercier ici chacun, chacune, sincèrement

Enfin, je tiens à exprimer ma gratitude à toute l'équipe du Laboratoire PRIMALAB et laboratoire des lasers et optique et à mes amis des autres laboratoires.

DIDICASES

En cette circonstance, je dédie la présence mémoire

a:

- *Ma chère chère mère et mon père de leur affection et amour .encouragement*
- *Mon oncle a toujours été un soutien ; mes frères et sœurs :Khmissi, Sai , Aissa , Abdraouf .Barkana ,Rebaia ,Rabab ,Abdelkodousse pour leur encouragement et leur soutien.*
- *Mes amies et surtout : O.Boultif, M.Fisli. A.Hafdallah, B.Zaidi, M.Jallab,M.Khachba A.Abdrahmanne, F.Saidanne,A.Harkat,H.Elwafi,H-B.Ounallah,A. Laàgal, A.Zarwali,A-M.Chanti ,A.Sawane,Et Tout La Familles Belghit*
- *A ceux et celle que j'aime, je présente ce travail.*

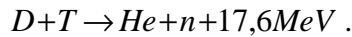
Je dédis ce travail

INTRODUCTION

GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Une source d'énergie quasi-inépuisable et des déchets minimes, tels sont les principales caractéristiques de la fusion thermonucléaire contrôlée qui en font une source d'énergie très prometteuse pour l'humanité. Son principe consiste à faire fusionner des noyaux d'atomes légers et récupérer l'énergie libérée lors de la réaction de fusion. La réaction la plus intéressante est celle qui fait intervenir les noyaux de deutérium et de tritium, deux isotopes du noyau d'hydrogène :



Cette réaction est très exothermique ($17,6MeV$). A titre d'exemple, un gramme de mélange de deutérium-tritium (D-T) libère $3.4 \cdot 10^{11} J$. Cependant, pour réaliser cette réaction, il est nécessaire de chauffer le mélange thermonucléaire à des températures très élevées (de l'ordre de $10^8 K$). Ainsi, les noyaux atteindront des vitesses d'agitation thermique suffisantes pour franchir par effet tunnel, la barrière coulombienne.

Pour pouvoir créer de telles conditions de températures mais aussi de grandes densités afin d'augmenter la probabilité de collisions, deux voies sont actuellement explorées. Tout d'abord, la fusion par confinement magnétique [1] qui consiste à chauffer le combustible thermonucléaire, peu dense ($10^{20} m^{-3}$) dans une chambre à vide et à l'empêcher de se dilater pendant un temps relativement long ($1s$) grâce à de puissants champs magnétiques. La structure magnétique la plus efficace actuellement est celle qui correspond à un tore et le réacteur porte le nom de tokamak.

L'autre voie est la fusion par confinement inertiel [2]. Elle constitue le cadre dans lequel notre travail a été effectué. Dans cette voie, le but est d'obtenir des densités très élevées ($10^{32} m^{-3}$) pendant des temps de confinement courts ($1ns$) en utilisant des lasers de grande puissance (de l'ordre du Téra watt). Le confinement et le chauffage sont obtenus en irradiant une micro-bille contenant le mélange de D-T, à l'aide d'un laser de puissance. Celui-ci provoque l'ablation des couches externes de la cible, et par réaction, l'implosion

de la cible. Dans le cœur de la cible, les réactions de fusion peuvent alors s'amorcer et se propager à tout le combustible.

Deux types de configurations [3] sont possibles. La première appelée « attaque directe » consiste à focaliser plusieurs faisceaux laser sur la micro-bille (figure 1a). L'énergie lumineuse est absorbée, puis elle se propage par conduction thermique vers des zones plus denses. Ces régions brusquement chauffées se détendent violemment. La matière est éjectée vers l'extérieur de la cible ce qui en réaction a pour effet de former une onde de compression (ou choc) à l'intérieur du mélange de D-T. Les températures et les densités obtenues au centre de la cible (près de 1000 fois la densité du D-T solide) vont permettre l'amorçage des réactions de fusion puis leur propagation dans tout le combustible thermonucléaire.

Dans la seconde configuration, appelée « attaque indirecte » (figure 1b), la micro-bille est placée dans une cavité dont la surface interne est constituée d'un matériau de numéro atomique élevé. Les faisceaux laser sont envoyés sur les parois de la cavité qui vont à leur tour émettre des rayons X. Ces rayons X vont jouer le même rôle que le rayonnement laser dans l'approche directe décrite plus haut. Ils vont donc chauffer et comprimer la cible par inertie.

La première méthode est plus efficace pour transférer l'énergie à la cible, mais très sensible à la qualité de l'uniformité spatiale de l'irradiation laser, un grand nombre de faisceaux sont donc requis. L'attaque indirecte présente les avantages d'être moins sensible au manque d'uniformité d'irradiation et de conduire à une meilleure stabilité hydrodynamique. Cependant, cette dernière méthode génère un plus grand volume de plasma sous-dense dans lequel le laser doit se propager. Dans les deux cas, on cherche à maximiser l'uniformité d'irradiation ainsi que l'absorption.

Dans les deux configurations, directe ou indirecte, le rayonnement laser irradie la cible et transforme les couches ablatées en un plasma (gaz fortement ionisé) dans un temps très inférieur à la durée d'une impulsion. Le gros de l'impulsion se propage alors dans un plasma chaud en expansion. Ainsi, dans les deux configurations, l'étude de l'interaction d'une impulsion laser avec un plasma est d'importance primordiale pour la qualité de la compression.

Lorsqu'un faisceau laser est focalisé sur une cible solide, un plasma fortement ionisé est rapidement produit à la surface du solide. La propagation du rayonnement laser est alors modifiée. La relation reliant le nombre d'onde (k_L) à la fréquence (ω_L) de l'onde incidente est donnée par la relation de dispersion : $\frac{k^2 c^2}{\omega_L^2} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_L^2}$, où ω_{pe} est la fréquence plasma électronique, et c est la vitesse de la lumière dans le vide. Ainsi, le rayonnement pénètre le plasma, caractérisé par une densité n_e croissante dans la direction de propagation. Il se réfléchit sur la couche dite critique lorsque la fréquence du laser devient égale à la fréquence plasma électronique, soit $\omega_L = \omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_c e^2}{\epsilon_0 m_e}}$ (où n_c est la densité critique, ϵ_0 est la permittivité du vide, e la charge élémentaire et m_e la masse de l'électron). Le domaine $n_e < n_c$ est appelé couronne ou plasma sous-dense par opposition à la zone $n_e > n_c$ qualifiée de dense. Le dépôt d'énergie s'effectuant dans la couronne, cette énergie sera ensuite transférée à la zone dense par conduction thermique.

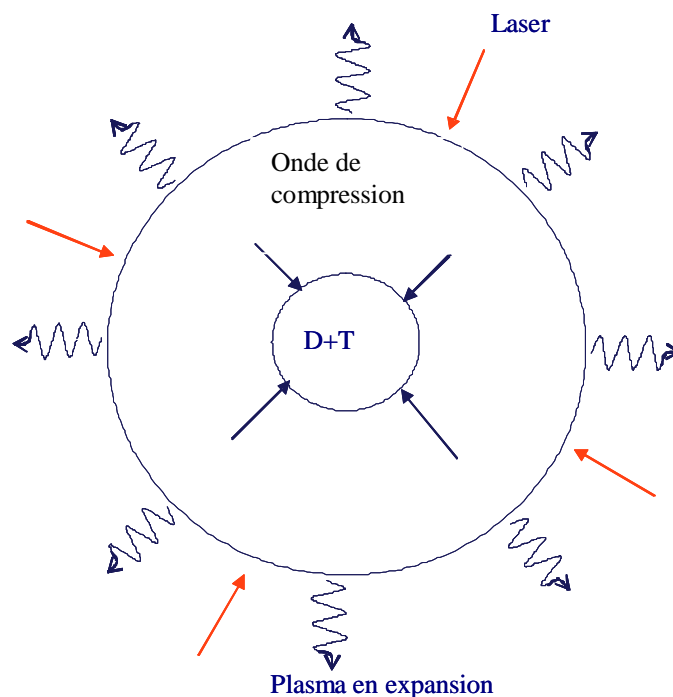


Figure 1a

Schéma du principe de la fusion thermonucléaire inertielle par attaque directe.

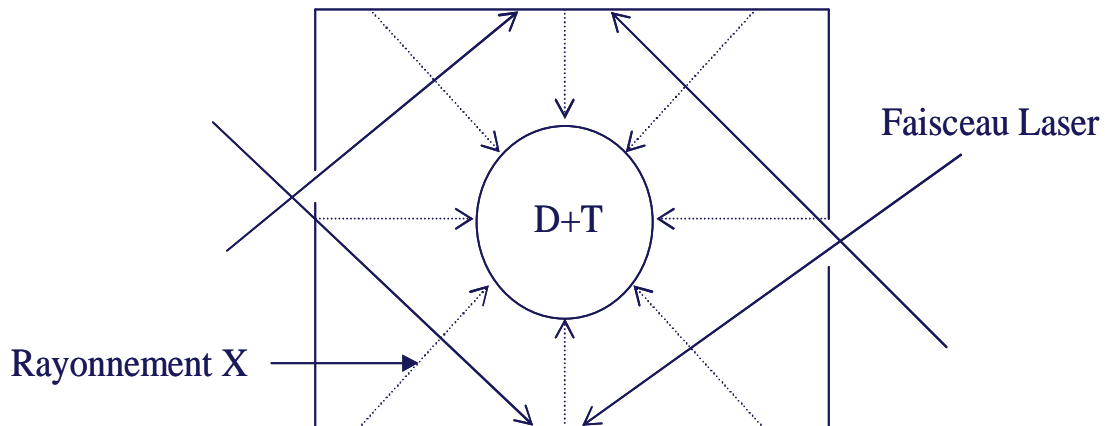


Figure 1b

Schéma du principe de la fusion thermonucléaire inertielle par attaque indirecte.

L'interaction laser-plasma, dans la couronne est le siège de nombreux phénomènes physiques. Dans la figure 2, nous avons représenté le profil de densité électronique en fonction de la distance à la cible ainsi que les principaux phénomènes physiques mis en jeu :

a) Les instabilités paramétriques

Celles-ci se développent à la suite d'un couplage non linéaire de l'onde laser incidente avec des modes propres du plasma [4]. Ces instabilités donnent lieu, soit à une perte d'énergie par diffusion du rayonnement incident (instabilités Brillouin et Raman), soit à un manque d'uniformité d'éclairement (instabilités de filamentation et d'autofocalisation), soit à la création d'électrons suprathermiques (instabilités de « décomposition paramétrique » et « deux plasmons »). Toutes ces instabilités sont néfastes dans le contexte de la fusion par confinement inertielle dans la mesure où elles affectent le rendement de l'implosion de la cible.

b) Absorption par bremsstrahlung inverse

L'énergie laser peut être absorbée par le mécanisme du bremsstrahlung inverse [5]. Celui-ci correspond à l'absorption d'un photon par un électron lors d'une collision coulombienne électron-ion. La fréquence de collision électron-ion étant proportionnelle à la densité électronique, cette absorption est efficace au voisinage de la couche critique $n_e \approx n_c$.

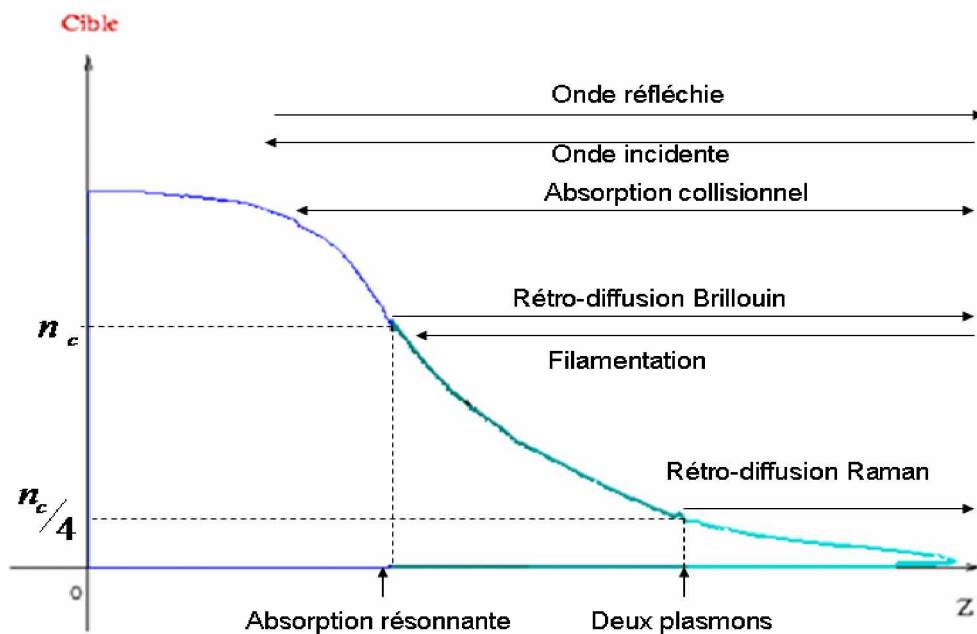


Figure 2

Profil de densité électronique en fonction de la distance à la cible – principaux mécanismes physique rencontrés.

c) Absorption résonnante

Elle correspond à l'absorption de l'énergie laser à la couche critique sous l'effet du couplage de l'onde laser avec un plasma inhomogène [6] qui va engendrer des ondes de Langmuir. Ces ondes longitudinales vont céder leur énergie aux particules par amortissement Landau. Ce processus d'absorption a lieu lorsque le champ électrique laser présente une composante parallèle au gradient de densité. Comme dans le cas des instabilités de « décomposition paramétrique » et « deux plasmons », ce mécanisme de chauffage présente des nuisances pour la fusion puisqu'il est responsable de la génération d'électrons suprathermiques.

d) Génération de champs magnétiques

Des champs magnétiques intenses (de l'ordre du mégagauss) peuvent être générés par l'instabilité de Weibel [7] et par des effets thermoélectriques [4]. Ces champs magnétiques sont néfastes dans les expériences de la fusion inertielle car ils inhibent le transport thermique et créent des structures en filaments qui peuvent entraver notamment la compression isotrope de la cible.

Motivation et présentation du travail

L'objet des travaux décrits dans cette thèse est d'étudier l'instabilité de Weibel comme source possible de génération de champs magnétiques dans les plasmas créés par laser. Nous nous sommes intéressés à l'analyse de la stabilité des modes Weibel où la source de l'instabilité est due à l'absorption de l'énergie laser par le mécanisme du bremsstrahlung inverse. Plus précisément, nous avons amélioré les résultats de la littérature [8] en tenant compte des effets des champs magnétiques quasi-statiques générés par

l'instabilité de Weibel sur l'absorption par bremsstrahlung inverse et, nous avons étudié l'effet de retour sur la stabilité des modes Weibel.

L'étude théorique de la génération des champs magnétiques de façon générale revêt une importance particulière, étant donné que dans les expériences de l'interaction laser-plasma, les mesures des champs sont imprécises et aucune expérience à notre connaissance, n'a permis d'établir une cartographie du champ magnétique suffisamment précise. Le principal inconvénient est notamment de faire des mesures des mesures directes dans la région de l'interaction. La détermination des champs magnétiques dans les plasmas créés par laser est motivée par les effets néfastes qu'ils engendrent dans les expériences de fusion en inhibant le transport thermique et en créant des structures en filaments qui peuvent entraver la compression isotrope de la cible.

Le principal résultat obtenu dans cette thèse est que la prise en compte de champs magnétiques sur l'absorption par bremsstrahlung inverse entraîne un effet stabilisateur des modes Weibel. Nous avons trouvé une diminution du domaine des modes instables accompagnée d'une réduction de deux ordres de grandeur des taux d'instabilités.

Le plan de ce mémoire s'articule autour de deux chapitres. Dans le premier chapitre, une étude bibliographique centrée sur les principaux résultats de la littérature portant sur l'instabilité de Weibel est présentée. Nous présentons, d'abord le résultat de Weibel obtenu dans des plasmas modélisés par une fonction de distribution bi-Maxwellienne, ensuite ceux obtenus dans les plasmas créés par laser et notamment ceux relatifs à l'instabilité de Weibel due à l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse. Par ailleurs, nous avons présenté le mécanisme de l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse. Nous exposons également, l'effet de cette absorption sur la déformation de la fonction de distribution électronique.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des effets de stabilisateurs des modes Weibel, dus à des champs magnétiques quasi-statiques. Pour cela, dans une première partie, nous avons calculé, la fonction de distribution électronique en présence d'un champ électrique haute-fréquence. Le modèle théorique est basé sur l'équation de Fokker-Planck qui décrit un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute-fréquence. Les collisions entre les particules chargées ont été modélisées par l'opérateur de Krook. La résolution analytique de cette équation a été effectuée en utilisant la méthode de séparation des échelles de temps correspondant à l'échelle hydrodynamique (basse-fréquence) et à l'échelle temporelle de l'onde laser (haute-fréquence) ainsi que la méthode itérative basée sur une vitesse d'oscillation des électrons dans le champ laser très petite devant leur vitesse thermique. Dans la deuxième étape du calcul, nous avons établie la relation de dispersion des modes Weibel en tenant compte des termes de couplages des champs magnétiques quasi-statiques avec les champs haute fréquences de l'onde laser.

Chapitre I :

*ETUDE
BIBLIOGRAPHIQUE
DE L'INSTABILITE
DE WEIBEL*

I. Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude bibliographique de l'instabilité de Weibel. Nous présentons dans une première étape les mécanismes physiques mis en jeu lors de l'instabilité de Weibel. Dans une deuxième étape, nous passons en revue les principaux résultats sur l'instabilité de Weibel rencontrés dans la littérature. Nous présentons d'abord le résultat de Weibel obtenu dans des plasmas modélisés par une fonction de distribution bi-Maxwellienne ensuite nous centrons notre présentation sur les résultats relatifs aux plasmas produits par laser où la source de l'instabilité de Weibel est due au bremsstrahlung inverse. Aussi, nous consacrons une partie à la présentation de l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse ainsi que les effets cinétiques du bremsstrahlung inverse dans le calcul de la fonction de distribution.

Une brève conclusion, résumera l'essentiel des travaux présentés dans ce chapitre.

II- Instabilité de Weibel

Un état d'équilibre d'un plasma est dit stable, quand soumis à une perturbation, le plasma revient à son état permanent ou d'équilibre. Dans le cas où la perturbation croît en fonction du temps, l'état d'équilibre est dit instable : sous l'effet de la perturbation, le plasma va évoluer vers un nouvel état. Ce type de perturbation est appelé instabilité. Généralement, les plasmas créés dans le laboratoire sont dans un état hors équilibre thermodynamique. Dans ces conditions, ils sont le siège d'une large variété d'instabilités. Il est d'usage de distinguer deux classes d'instabilités : les macro-instabilités et les micro-instabilités. Les macro-instabilités peuvent être décrites convenablement par des modèles hydrodynamiques du plasma. Dans ce cas le plasma est décrit par les grandeurs macroscopiques de chaque espèce de particules qui le constitue, telles que la densité, la température, la vitesse moyenne. Parmi, les macro-instabilités qui se développent dans les plasmas créés par laser, nous pouvons citer à titre d'exemple, l'instabilité de Rayleigh-Taylor [9]. Les micro-instabilités sont quant à elles liées aux propriétés microscopique du plasma. La répartition des vitesses des particules joue un rôle déterminant dans le développement de ces instabilités. Leur étude théorique nécessite un traitement cinétique où le plasma est décrit par la fonction de distribution de chaque espèce s de particules définie par

$$dN_s = f_s(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{r} d\vec{v} \quad (\text{I. 1})$$

Où dN_s est le nombre de particules situées dans un voisinage $d\vec{r}$ de la position \vec{r} et un voisinage $d\vec{v}$ de la vitesse \vec{v} .

Par ailleurs, il existe deux natures différentes d'instabilités: les instabilités qui peuvent croître en se propageant, appelées instabilités convectives et les instabilités qui croissent localement appelées instabilités absolues.

L'analyse mathématique des instabilités peut se faire par des traitements linéaires ou non linéaires des équations qui régissent la dynamique du milieu. L'analyse qui sera utilisée dans cette thèse, consiste à perturber le plasma à partir d'un état d'équilibre. On utilise alors, pour toute grandeur physique X , le développement $X = X_0 + \delta X$, où X_0 est la grandeur non perturbée et δX la perturbation avec la condition $\delta X \ll X_0$. La validité des calculs est limitée aux instants t définis rigoureusement par la condition $\delta X = \delta X_a \exp(\gamma t) \ll X_0$, où γ représente le taux d'instabilité. Dans le cas contraire, l'analyse de l'instabilité nécessite un traitement non-linéaire et seules les méthodes sont valables. La conséquence de la prise en compte de la non-linéarité est l'apparition de phénomènes de saturation que la théorie linéaire ne décrit pas.

II. 1- Mécanisme physique

L'instabilité de Weibel [7] est une micro-instabilité convective. Elle correspond à l'excitation de modes électromagnétiques dans les plasmas caractérisés par une anisotropie en température. D'un point de vue microscopique, cela correspond à des plasmas décrits par une fonction de distribution anisotrope dans l'espace des vitesses. L'anisotropie en température peut être générée par plusieurs mécanismes : le transport thermique, l'expansion du plasma, bien que l'analyse de cette instabilité nécessite une approche cinétique, le mécanisme physique de cette instabilité peut s'expliquer qualitativement par le modèle fluide suivant : considérons un plasma ayant une vitesse moyenne \vec{V} suivant la direction $(0x)$. Supposons la présence, dans le plasma, d'un germe

de champ magnétique $\delta \vec{B}$ suivant la direction $(0y)$ et modulé spatialement suivant la direction $(0z)$ (voir figure 3),

$$\delta \vec{B} = \delta B_0 \exp(ikz) \hat{y} \quad (\text{I. 2})$$

La force de Lorentz $\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$, agissant sur les électrons du plasma va modifier leur trajectoire et crée ainsi une densité électronique perturbée, δn_e modulée spatialement suivant la même direction \vec{B} .

$$\delta n_e \sim \exp(ikz). \quad (\text{I. 3})$$

Il va en résulter une densité de courant

$$\delta \vec{J} = -e\delta n_e \vec{v}. \quad (\text{I. 4})$$

Cette densité de courant va à son tour via la loi d'Ampère :

$$\vec{\nabla} \times \delta \vec{B} = \mu_0 \delta \vec{J} \quad (\text{I. 5})$$

créer un champ magnétique qui va s'ajouter à la perturbation initiale. Par conséquent, cette dernière va évoluer dans le temps suivant un processus d'amplification.

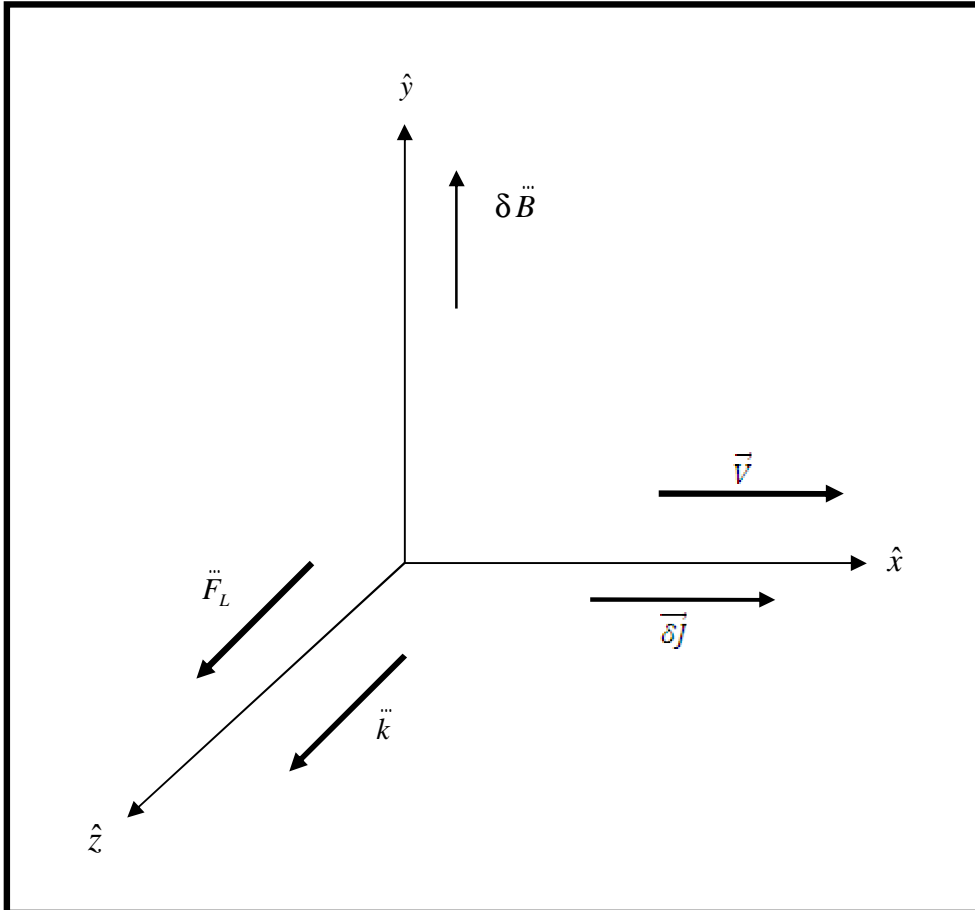


Figure 3 : schéma d'excitation de l'instabilité de Weibel par un flot de plasma en mouvement suivant l'axe Ox

Nous allons à présent présenter à travers des résultats de la littérature, l'étude de l'instabilité de Weibel. Dans un premier paragraphe, nous présentons le résultat de Weibel en nous limitons aux plasmas faiblement anisotropes. Dans le deuxième paragraphe, nous intéresserons aux résultats dans les plasmas créés par laser et notamment ceux où la source de l'instabilité est due à l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse.

II.2 -Résultat de Weibel :

Weibel [7] fut le premier à montrer qu'une distribution anisotrope en vitesse peut générer des modes électromagnétique instables. L'anisotropie en température, nécessaire pour le développement de l'instabilité, a été modélisée en considérant un plasma décrit par une fonction de distribution électronique bi-maxwellienne

$$f(\vec{v}) = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi T_x} \right)^{1/2} \frac{m_e}{2\pi T_\perp} \exp\left(-\frac{m_e v_x^2}{2T_x} - \frac{m_e v_\perp^2}{2T_\perp} \right), \quad (\text{I.6})$$

où n_e est la densité électronique, m_e la masse de l'électron, T_x et T_\perp sont respectivement la température suivant la direction Ox et celle dans le plan perpendiculaire à Ox . La dynamique des ions et les effets des collisions ont été négligés. L'analyse de l'instabilité de Weibel repose sur la méthode perturbative des équations de Vlasov-Maxwell. Elle consiste à développer la fonction de distribution électronique à partir d'un état d'équilibre

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = f_e(\vec{r}, \vec{v}, t) + \delta f(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (\text{I.7})$$

f_e étant la fonction de distribution non-perturbée et δf la perturbation. L'équation de Vlasov pour les électrons s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{r}} + \frac{q}{m_e} (\vec{v} \times \vec{B}_0) \cdot \frac{\partial \delta f}{\partial \vec{v}} + \frac{q}{m_e} (\delta \vec{E} + \delta \vec{v} \times \delta \vec{B}) \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (\text{I.8})$$

où \vec{B}_0 est un champ magnétique constant et $(\delta \vec{E}, \delta \vec{B})$ le champ électromagnétique perturbé décrit par les équations de Maxwell linéarisées :

$$\vec{\nabla} \times \delta \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \delta \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{I.9})$$

et

$$\vec{\nabla} \times \delta \vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \delta \vec{j}(\vec{r}, t) + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \delta \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (\text{I.10})$$

$\delta \vec{j}$ est la densité de courant définie par

$$\delta j(\vec{r}, t) = -e \int \vec{\nabla} \delta f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}. \quad (\text{I.11})$$

La dépendance spatio-temporelle des quantités perturbées est donnée sous forme des modes normaux $(\delta f, \delta \vec{E}, \delta \vec{B}) \sim \exp(-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r})$ où $\omega = \omega_r + i\gamma$ est la fréquence complexe du mode et \vec{k} le vecteur d'onde réel. Pour simplifier le calcul nous poserons le champ magnétique \vec{B}_0 nul, ($B_0 = 0$). Son rôle n'étant pas essentiel dans l'analyse de la stabilité des modes. Aussi, nous considérons des modes définis par la géométrie suivante :

$$k = (0, k, 0); \quad \delta B = (0, 0, \delta B); \quad \delta E = (\delta E, 0, 0)$$

En utilisant ses hypothèses et l'équation (I.9), l'équation (I.8) devient

$$i(kv_y - \omega) \delta f = \frac{e}{m_e} \frac{\delta E}{\omega} \left[(\omega - kv_y) \frac{\partial f_e}{\partial v_x} + kv_x \frac{\partial f_e}{\partial v_y} \right] \quad (\text{I.12})$$

De plus, en prenant le rotationnel de l'équation (I.9) et en couplant avec l'équation (I.10) afin d'éliminer le champ magnétique $\delta \vec{B}$, nous obtenons,

$$(k^2 c^2 - \omega^2) \delta E = i\omega \mu_0 c^2 \delta j \quad (\text{I.13})$$

et à partir des équations (I.11)-(I.13), il en résulte la relation de dispersion suivante

$$k^2 c^2 - \omega^2 = \frac{e^2}{m_e \epsilon_0} \int \left(v_x \frac{\partial f_e}{\partial v_x} - \frac{k v_x^2}{k v_y - \omega} \frac{\partial f_e}{\partial v_y} \right) d\vec{v} \quad (\text{I.14})$$

Nous ne présentons pas la solution originale de Weibel qui utilise la bi-Maxwellienne mais nous allons résoudre l'équation (I.14) dans l'approximation d'une faible anisotropie de température. Cette approximation va nous permettre de mettre en évidence clairement l'origine cinétique de l'anisotropie de température qui est la de source de l'instabilité de Weibel. Pour cela, nous définissons la température isotrope par :

$$\frac{3}{2} T_e = T_{\perp} + \frac{T_x}{2}$$

et l'écart à l'isotropie ΔT par :

$$\Delta T = \frac{2}{3} (T_x - T_{\perp}) \ll T_e$$

Nous obtenons :

$$T_x = T_e + \Delta T_e \quad \text{et} \quad T_{\perp} = T_e - \frac{\Delta T_e}{2}.$$

Dans ce cas, la fonction de distribution bi-Maxwellienne donnée par l'équation (I.6) s'écrit en gardant que les termes d'ordre 0 et 1 :

$$f_e = f_M + \frac{3}{2} \left(\frac{v_x^2}{v^2} - \frac{1}{3} \right) \frac{m_e v^2}{2 T_e} \frac{\Delta T_e}{T_e} f_M \quad (\text{I.15})$$

où $v^2 = (v_x^2 + v_{\perp}^2)$ et

$$f_M = n_e \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{m_e v^2}{2 T_e} \right) \quad (\text{I.16})$$

la fonction de distribution de Maxwell . Sous cette forme, f_e est la somme d'un terme isotrope et d'un terme anisotrope proportionnel au paramètre $\frac{\Delta T_e}{T_e}$. Il est d'usage de distinguer les composantes anisotropes dans l'espace des vitesses d'une fonction de distribution, en la projetant sur la base de polynômes orthogonaux. Dans notre cas, vu la géométrie du problème (unidimensionnel), la base des polynômes de Legendre $\left[P_n \left(\frac{v_x}{v} \right) \right]$ est appropriée à utiliser. La projection de f_e sur cette base s'écrit,

$$f_e(\vec{r}, \vec{v}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(v_x/v) f_n(v) \quad (\text{I.17})$$

et sa projection sur les trois premiers polynômes de Legendre est donnée par :

$$f_e = P_0(v_x/v) f_0(v) + P_1(v_x/v) f_1(v) + P_2(v_x/v) f_2(v) + \dots \quad (\text{I.18})$$

où $P_0 = 1$, $P_1(v_x/v) = \frac{v_x}{v}$ et $P_2(v_x/v) = \frac{3}{2} \left(\frac{v_x^2}{v} - \frac{1}{3} \right)$. f_0 , f_1 et f_2 représentent respectivement la composante isotrope, la première et la seconde anisotropie de la fonction de distribution f_e . Notons ici que dans le cas d'une faible anisotropie $f_0(v) \gg f_{i \geq 1}(v)$. On comparant le développement de f_e donnée par (I.18) et celui donne par l'équation (I.15) , il apparait que la composante f_1 n'existe pas. Cela signifie que dans ce type de plasmas les termes de flux sont nuls. Il apparait aussi le second terme du développement (I.18) correspond à la projection de f_e sur le polynôme P_2

$$f_2 = \frac{m_e v^2}{2T_e} \frac{\Delta T_e}{T_e} f_M(v) \quad (\text{I.19})$$

Ce résultat montre que l'anisotropie en température correspond d'un point de vue cinétique à la seconde anisotropie de la fonction de distribution. Notons que si $(T_x > T_\perp)$, la seconde anisotropie est positive tandis que si $(T_x < T_\perp)$ la seconde anisotropie est négative.

En utilisant la fonction (I.15), la résolution de la relation de dispersion (I.14) dans l'approximation des basses fréquences $\left| \frac{\omega}{kv_t} \right| \ll 1$ où $v_t = \sqrt{T_e / m_e}$ étant la vitesse thermique des électrons, donne la solution suivante pour le taux d'instabilité:

$$\gamma(k) = -\frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} kv_t + \frac{3}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Delta T_e}{T_e} kv_t \quad (\text{I.20})$$

où $\omega_p = \left(\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}$ est la fréquence plasma électronique. L'équation (I.20) admet des solutions instables, $\gamma(k) > 0$, pour certaines valeurs réelles du nombre d'onde k . Le mode le plus instable correspond au taux de croissance maximum suivant

$$\gamma_{\max} = 2 \frac{\sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{\Delta T_e}{T_e} \right)^{3/2} \frac{v_t}{c} \omega_p \quad (\text{I.21})$$

Ce résultat fait apparaître clairement que la source de l'instabilité de Weibel est l'anisotropie en température. Notons aussi que le mode est stable $\gamma(k) < 0$ quelque soit le nombre d'onde k , pour une seconde anisotropie négative ($\Delta T_e < 0$).

II. 3- Relation de dispersion semi-collisionnelle des modes Weibel dans les plasmas créés par laser.

Depuis le résultat de Weibel, de nombreuses études ont été effectuées sur les instabilités électromagnétiques dans les plasmas créés par laser. L'étude de cette instabilité a connu un regain d'intérêt dans le contexte de la fusion inertielle. En effet, comme nous l'avons noté dans l'introduction de ce manuscrit, la présence de champs magnétiques dans les plasmas de la fusion inertielle peut être néfaste dans la mesure où ces champs

magnétiques peuvent inhiber le transport thermique et par voie de conséquence entraver la compression de la cible. Différentes sources de l'instabilité de Weibel ont alors été étudiées notamment les sources dues au transport thermique [10, 11] à l'expansion de la couronne [12] et à l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse [8]. Dans ce paragraphe, nous présentons un résultat fondamental [13] sur l'instabilité de Weibel dans les plasmas créés par laser qui est la relation de dispersion semi-collisionnelle des modes Weibel. Ce résultat est important dans la mesure où il permet d'analyser la stabilité des modes Weibel quel que soit leur régime de collision et pour différentes sources d'instabilité.

Dans la référence [13], la relation de dispersion des modes électromagnétiques quel que soit le régime de collision, $k\lambda_{ei}$ (où λ_{ei} est libre parcours moyen des électrons) a été établie à partir de l'équation de Fokker-Planck linéarisée et dans l'approximation de Lorentz ($Z \gg 1$) :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \ddot{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial}{\partial \ddot{\mathbf{r}}}\right) \delta f - \frac{e}{m_e} (\delta \ddot{\mathbf{E}} + \ddot{\mathbf{v}} \times \delta \ddot{\mathbf{B}}) \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \ddot{\mathbf{v}}} = C_{ei}(\delta f) \quad (\text{I.22})$$

où

$$C_{ei}(\delta f) = \frac{v_i^4}{2\lambda_{ei}} \frac{1}{v^3} \frac{\partial}{\partial v_i} \left(v_i v_j - v^2 \delta_{ij} \right) \frac{\partial \delta f}{\partial v_j} \quad (\text{I.23})$$

est l'opérateur de collision électron-ion. En considérant, l'inhomogénéité du plasma suivant l'axe Ox , l'étude a porté sur deux modes Weibel : un mode dont le vecteur d'onde est parallèle à l'axe Ox , et le deuxième de vecteur d'onde perpendiculaire à l'axe Ox . Nous les appellerons dans la suite de notre exposé les modes k_x et k_y respectivement. Leur géométrie est définie comme suit: pour le mode k_x , $(k_x, \delta E_y, \delta B_z)$ et pour le mode k_y , $(\delta E_x, k_y, \delta B_z)$.

La fonction de distribution non perturbée f_e est développée sur la base des polynômes de Legendre $P_n(v_x/v)$ jusqu'à l'ordre 2 :

$$f_e = f_0(v) + \frac{v_x}{v} \sqrt{3} f_1(v) + \frac{3\sqrt{5}}{2} \left(\frac{v_x^2}{v} - \frac{1}{3} \right) f_2(v). \quad (\text{I.24})$$

Notons ici, que dans le développement (I.24), les polynômes de Legendre utilisés contiennent des facteurs de normalisation en $\sqrt{2n+1}$ qui n'apparaissent pas dans le développement (I.18). Cette normalisation est habituellement utilisée dans le calcul des coefficients de transport. Le traitement mathématique de l'équation (I.22) est basé sur le calcul de l'inversion de propagateur de collisionnel

$$P_c = \frac{\partial}{\partial t} + \ddot{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial}{\partial \ddot{\mathbf{r}}} - C_{ei} \quad (\text{I.25})$$

à l'aide des fractions continues. Les étapes de calcul étant longues, nous ne les présentons pas dans notre exposé. De plus, elles seront développées dans le chapitre II où nous serons amenés à inverser un propagateur collisionnel. Le taux d'instabilité $\gamma(k)$ a été calculé

explicitement dans l'approximation des basses fréquences $\left| \frac{\omega}{k v_t} \right| \ll 1$ et en supposant

l'ordre de grandeur suivant : $\frac{f_1}{f_0} \sim \frac{f_2}{f_1} \sim \varepsilon$. Une expression de $\gamma(k)$, pratique dans son

utilisation est proposée grâce à des ajustements numériques des fractions continues :

$$\gamma(k) = \frac{3}{64\pi} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{n_e}{\lambda_{ei} v_t^2} \left(\int_0^\infty y^3 F(k\lambda_{ei}) \frac{\partial f_0}{\partial y} dy \right)^{-1} - \frac{2^{2/5}}{\sqrt{5}} \lambda_{ei} v_t (\varepsilon_1 k_y^2 - \varepsilon_2 k_x^2) \frac{\int_0^\infty y^{9/2} G(k\lambda_{ei}) f_2 dy}{\int_0^\infty y^3 F(k\lambda_{ei}) \frac{\partial f_0}{\partial y} dy}, \quad (\text{I.26})$$

où $y = \frac{m_e v^2}{2T_e}$ et $\varepsilon_1 = 1$ et $\varepsilon_2 = 0$ pour le mode k_y et $\varepsilon_1 = 0$ et $\varepsilon_2 = 1$ pour le mode k_x .

Les fonctions $F(k\lambda_{ei})$ et $G(k\lambda_{ei})$ sont des ajustements numériques de fractions continues infinies avec une précision meilleure que 5% :

$$F(k\lambda_{ei}) = \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{16k\lambda_{ei}}{3\pi} \right)^2 y^4 \right]^{-1/2} \quad (\text{I.27})$$

et

$$G(k\lambda_{ei}) = \frac{1 + (8k\lambda_{ei})^2 y^4 \alpha_1}{6(1 + (8k\lambda_{ei})^2 y^4 \beta)} \frac{(1 + (\frac{16k\lambda_{ei}}{3\pi})^2 y^4)^{-1/2}}{(1 + (1 + \frac{16k\lambda_{ei}}{3\pi})^2 y^4)^{1/2}} \quad (\text{I.28})$$

où $\alpha_1 = 30\beta / \delta^2$, $\beta = (5\delta^2 / 252 - 3/4)(\delta^2 - 30)$ et $\delta = 3/2\pi$. Dans l'équation (I.28), des termes dépendant de la première anisotropie, moins importants que les autres termes ont été négligés. L'analyse asymptotique de l'équation (I.26) conduit :

-dans l'approximation collisionnelle ($k\lambda_{ei} \ll 1$) où $F(k\lambda_{ei}) = 1/2$ et $G(k\lambda_{ei}) = 1/12$, à l'expression suivante de γ

$$\gamma(k) = -\frac{1}{32\pi^2} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{n_e}{v_t^2 M_0^2} + \frac{2^{3/2}}{3\sqrt{5}} \lambda_0 v_t (\epsilon_1 k_y^2 - \epsilon_2 k_x^2) \frac{M_2^{9/2}}{M_0^2} \quad (\text{I.29})$$

où les moments M_n^i sont définis par

$$M_n^i = \int_0^\infty y^i f_n dy. \quad (\text{I.30})$$

Il apparaît une dépendance en k^2 du taux d'instabilité. Le premier terme de l'équation (I.29) est un terme de perte. Il décrit la contribution diffusive due aux collisions électron-ion.

-Dans l'approximation non collisionnelle ($k\lambda_{ei} \gg 1$) où $F(k\lambda_{ei}) = \frac{3\pi}{32k\lambda_{ei}y^2}$ et

$G(k\lambda_{ei}) = \frac{5}{64k^2\lambda_{ei}^2 y^4}$, il en résulte

$$\gamma(k) = -\frac{1}{2\pi^2} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{n_e}{v_t^2} \frac{k}{M_0^0} + \frac{2^{3/2}\sqrt{5}}{\pi} \frac{v_t}{k} (\epsilon_1 k_y^2 - \epsilon_2 k_x^2) \frac{M_2^{1/2}}{M_0^0}. \quad (\text{I.31})$$

Dans l'équation (I.31), le premier terme en k^3 décrit l'amortissement Landau des modes électromagnétiques. L'amortissement Landau est un mécanisme non collisionnel où l'onde s'amortie en cédant son énergie aux particules résonnantes $\left(v \sim \frac{\omega}{k}\right)$ du plasma.

A partir des équations (I.29) et (I.31), il apparaît que les modes k_x instables sont excités par une seconde anisotropie négative ($T_x < T_\perp$) tandis qu'une seconde anisotropie positive ($T_x > T_\perp$) excite des modes k_y instables. L'analyse numérique [14] à l'aide du code Fokker-Planck (F.P.I) et de l'équation (I.26) a mis en évidence des modes k_x non collisionnels fortement instables ($\gamma \sim 10^{11} s^{-1}$) au voisinage de la couche critique dans la couronne des plasmas créés par laser et des modes k_y modérément instables ($\gamma \sim 10^9 s^{-1}$) dans la zone de conduction.

III -Instabilité de Weibel due au bremsstrahlung inverse

Dans les plasmas créés par laser le champ électrique laser haute fréquence interagit avec les électrons du plasma. Cette interaction a pour conséquence une déformation la fonction de distribution électronique. Dans l'équation de Fokker-Planck cela ce traduit par des termes de battement entre ce champ et la réponse haute-fréquence du plasma. Ils correspondent à des termes de chauffage collisionnel et de pressions anisotropes. Nous allons dans un premier temps présenter le mécanisme de l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse.

III. 1.a -Bremsstrahlung inverse.

Le mécanisme de l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse qui signifie rayonnement de freinage inverse, est une interaction à trois corps : un électron, un ion et un photon. Lors de cette interaction, le photon incident transfère une partie de son énergie à un électron en présence du champ électrique d'un ion. Ce transfert d'énergie est usuellement appelé absorption collisionnelle étant donné que l'énergie est transmise à l'électron lors d'une collision électron-ion. Ce phénomène correspond d'un point de vue quantique à la transition libre-libre du système électron-ion après avoir absorbé un photon. Dans les plasmas chauds créés par laser auxquels nous nous intéressons dans ce travail,

l'énergie thermique d'un électron $k_B T_e$ est plus importante que l'énergie du photon du laser incident $\hbar\omega$, i. e ; $\hbar\omega \ll k_B T_e$ où $\hbar = h/2\pi$, h étant la constante de Planck, ω est la fréquence angulaire du laser et k_B est la constante de Boltzmann. Cette condition justifie le traitement classique du phénomène d'absorption par bremsstrahlung inverse dans les plasmas créés laser. Il est évident que dans le cas contraire où $\hbar\omega \gg k_B T_e$, seul un traitement purement quantique permet une description rigoureuse de l'interaction électron-photon.

III. 1.b -Taux d'absorption

Le calcul du taux d'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse dans les plasmas créés par laser peut se faire à partir des équations hydrodynamiques. Pour cela, on considère le mouvement d'un électron dans le champ d'une onde électromagnétique représentée par le champ électrique haute-fréquence \ddot{E}_{hf} , dans l'approximation dipolaire correspondant à un vecteur d'onde nul, soit :

$$\ddot{E}_{hf} = \text{Re}[\ddot{E}_0 \exp(i\omega t)] \quad (\text{I.32})$$

où le symbole Re désigne la partie réelle de \ddot{E}_{hf} . Nous ne tiendrons pas compte de l'effet du champ magnétique car il est négligeable étant donné que typiquement nous avons

$$\left(\frac{E_{hf}}{B_{hf}} \sim c \right), \text{ où } c \text{ est la vitesse de la lumière dans le vide. L'énergie absorbée par le plasma}$$

par unité de temps et de volume sur une période de l'onde $T = 2\pi / \omega$, établie dans le cadre de la théorie de l'électrodynamique classique est donnée par la relation:

$$A_{coll} = \langle \ddot{E}_{hf} \cdot \ddot{j}_{hf} \rangle \quad (\text{I.33})$$

$$\text{où } \ddot{j}_{hf} = -en_e \ddot{V}_{hf} \quad (\text{I.34})$$

est la densité de courant électronique induite par l'onde électromagnétique, n_e et \ddot{V}_{hf} sont respectivement la densité et la vitesse moyenne des électrons dans le champ de l'onde. Les ions sont supposés fixes à cause de leur grande inertie. A son tour, la densité de courant peut être calculée à partir de l'équation du mouvement des électrons avec un terme de friction

$$\frac{\partial \ddot{V}_{hf}}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} \ddot{E}_{hf} - \nu \ddot{V}_{hf} \quad (\text{I.35})$$

où ν est une fréquence introduite de façon phénoménologique dans l'équation (I.35). Elle est proportionnelle à la fréquence de collision électron-ion ν_{ei} qui rend compte du transfert d'impulsion lors des collisions. Des équations (I.32)-(I.35) on déduit le taux d'absorption d'énergie

$$A_{coll} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \nu \omega_p^2}{\nu^2 + \omega^2} E_0^2. \quad (\text{I.36})$$

Dans l'approximation linéaire, le taux d'absorption A_{coll} est proportionnel à l'intensité de l'onde $I \sim E_0^2$. Pour des intensités de l'onde relativement importantes où typiquement

l'amplitude de la vitesse d'oscillation de l'électron dans le champ de l'onde, $v_0 = \sqrt{\frac{eE_0}{m_e \omega}}$

est plus importante que la vitesse thermique électronique $v_t = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e}}$, i. e ; ($v_0 \geq v_t$),

l'équation (I.36) n'est plus valable. La prise en compte des effets non linéaires conduit en fait à réduire le taux d'absorption [15]. Par ailleurs, l'expression du coefficient d'absorption (I.36) dépend d'un paramètre phénoménologique ν qui ne peut être calculé explicitement que par l'approche cinétique.

III.2 -Description cinétique des effets du bremsstrahlung inverse.

Les effets d'un champ électrique haute-fréquence dans les plasmas peuvent être pris en compte au niveau microscopique dans l'équation de Fokker-Planck. Ces effets sont divers, cependant les plus importants sont l'absorption dite par bremsstrahlung inverse, la pression de radiation et la force pondéromotrice. Dans la suite de ce travail, nous appelons tous ces effets physiques, « effets du bremsstrahlung inverse ».

Dans la référence [16], Langdon fut le premier à établir l'opérateur qui décrit le bremsstrahlung inverse en vue d'étudier l'absorption de l'énergie laser dans les expériences de l'interaction laser-plasma. Depuis, de nombreux travaux sont rapportés dans la littérature, relatifs au chauffage du plasma par bremsstrahlung inverse. Nous allons présenter dans ce paragraphe les résultats de Langdon [16], de Matte et al [17].

III. 2-a -Résultat de Langdon

Dans ce travail, le plasma est supposé uniforme de densité n_e et de température T_e électroniques constantes. Les ions sont considérés fixes et constituant un fond neutralisant. L'onde l'électromagnétique est traitée dans l'approximation dipolaire, *i. e.* ; $\ddot{E}_{hf} = \ddot{E}_0 \cos\omega t$. L'équation de Fokker-Planck pour les électrons s'écrit

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \frac{q_e}{m_e} \ddot{E}_{hf} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} = C_{ei}(f_e) + C_{ee}(f_e). \quad (\text{I.37})$$

En négligeant la contribution des termes proportionnels au rapport des masses électronique et ionique m_e / M_i , l'opérateur de collision électron-ion a pour expression

$$C_{ei}(f_e) = \frac{v_i^4}{2\lambda_{ei}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot \left[\frac{v^2 \ddot{I} - \mathbf{v}\ddot{\mathbf{v}}}{v^3} \cdot \frac{\partial f_e}{\partial \mathbf{v}} \right] \quad (\text{I. 38})$$

où $\lambda_{ei} = \frac{4\pi\epsilon_0^2 k_B^2 T_e^2}{n_e e^4 Z \ln \Lambda}$ est le libre parcours moyen des électrons. Dans la référence [8]

Langdon a supposé que le rôle des collisions électron-électron est faible devant celui des collisions électron-ion. Cela revient à considérer exclusivement des plasmas de grand numéro atomique ($Z \gg 1$). Il a donc négligé l'opérateur C_{ee} dans la partie anisotrope de l'équation (I.37). Il faut noter que le rôle des collisions électron-électron est de faire tendre le système vers l'équilibre thermodynamique, par conséquent leur prise en compte dans le calcul de la composante isotrope de la fonction de distribution est nécessaire.

Pour de faibles intensités du champ \ddot{E}_{hf} , on peut décomposer la fonction de distribution en une composante isotrope $f_0(v)$ d'ordre zéro et une perturbation anisotrope $f_{1hf}(v)$ induite par le champ électrique soit

$$f_e(v) = f_0(v) + f_{1hf}(v) \cos \theta \quad (\text{I.39})$$

où θ est l'angle entre \ddot{v} et \ddot{E}_{hf} . L'expression linéarisée de l'équation (I.37) s'écrit

$$\frac{\partial f_{1hf}}{\partial t} + \frac{q_e}{m_e} E_{hf} \frac{\partial f_0}{\partial v} = -v_{ei} \frac{v_t^3}{v^3} f_{1hf}. \quad (\text{I.40})$$

où $v_{ei} = \frac{v_t}{\lambda_{ei}}$ est la fréquence de collision électron-ion. La solution est donnée par

$$f_{1hf} = v_{ei} \frac{v_0}{\omega} \frac{v_t^3}{v^3} g(v) \left(\cos \omega t + \frac{\omega}{v_{ei}} \sin \omega t \right) \frac{\partial f_0}{\partial v}, \quad (\text{I.41})$$

$$g(v) = \left[1 + \left(\frac{v_{ei}}{\omega} \frac{v_t^3}{v^3} \right)^2 \right]^{-1}. \text{ En calculant la densité de courant induite par le champ électrique}$$

haute-fréquence

$$\ddot{j}_{1hf} = -e \int f_1(v) \cos \theta \ddot{v} d\ddot{v}, \quad (\text{I.42})$$

nous déduisons le taux d'absorption moyen

$$A_{coll} = \langle \ddot{E}_{hf} \cdot \ddot{j}_{1hf} \rangle = -\frac{n_e Z e^4 \ln \Lambda}{6 \epsilon_0 m_e} v_0^2 \int_0^\infty g(v) \frac{\partial f_0}{\partial v} dv. \quad (\text{I.43})$$

Dans l'approximation haute fréquence $\omega \gg v_{ei}$, la quantité $g(v) \sim 1$, et l'équation (I.43)

devient alors

$$A_{coll} = \frac{n_e Z e^4 \ln \Lambda}{6 \epsilon_0 m_e} v_0^2 f_0(0). \quad (\text{I.44})$$

Il apparaît que seuls les électrons qui ont des vitesses nulles contribuent au taux d'absorption. Cependant, pour évaluer cette contribution, il est nécessaire de calculer la fonction de distribution f_0 . Pour cela, Langdon a établi l'équation d'évolution de f_0 en gardant la partie basse fréquence et en prenant la moyenne angulaire de l'équation cinétique (I.37) :

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{n_e Z e^4}{24\pi m_e \epsilon_0^2 \ln \Lambda} \frac{v_0^2}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[\frac{g(v)}{v} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right] + C_{ee}(f_0). \quad (\text{I.45})$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (I.45) décrit la contribution du « bremsstrahlung inverse » dans l'équation cinétique. Dans l'équation (I.46), il apparaît clairement que la forme de la fonction de distribution f_0 va dépendre aussi bien du processus d'absorption de l'énergie laser que des collisions électron-électron. Ces deux effets physiques vont rentrer en compétition. Dans la limite où les collisions électron-électron sont importantes correspondant à la condition $Z \frac{v_0^2}{v_t^2} \ll 1$, nous pouvons négliger

le terme dû au champ électrique haute-fréquence dans l'équation (I.45). On obtient la solution à l'équilibre thermodynamique donnée par la fonction de distribution de Maxwell :

$$f_0(v) = f_M(v) = \frac{n_e}{(2\pi)^{3/2} v_t^3} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_t^2}\right) \quad (\text{I.46})$$

Dans l'autre limite où $Z \frac{v_0^2}{v_t^2} \gg 1$, les collisions ne sont pas assez efficaces pour rétablir

l'équilibre thermodynamique. Dans ce cas en approximant $g(v) \sim 1$, il résulte une solution self-similaire de l'équation (I.45) :

$$f_0(v,t) \sim \frac{1}{u^3} \exp\left[-\frac{1}{5} \left(\frac{v}{u}\right)^5\right] \quad (\text{I.47})$$

où

$$u(t) = \left(\frac{5n_e e^4 Z \ln \Lambda}{24\pi \epsilon_0^2 m_e^2} v_0^2 t \right)^{1/5}. \quad (\text{I.48})$$

Il apparaît que l'effet du bremsstrahlung inverse conduit à un plasma hors de l'équilibre thermodynamique. La fonction de distribution (I.47) contient moins de particules de vitesses nulles que la fonction de distribution de Maxwell. Cela conduit à une réduction du taux d'absorption. Plus précisément, il a été montré que cette réduction est environ de moitié par rapport au cas collisionnel.

III. . b-Résultat de Matte et al

Dans la référence [17], Matte et al ont utilisé la simulation numérique pour calculer la fonction de distribution isotrope f_0 , solution de l'équation (I.45). Le code Fokker-Planck FPI, a été utilisé pour décrire un plasma homogène en présence d'une onde haute-fréquence. L'onde laser attaque le plasma avec une incidence normale. En faisant varier l'intensité de l'onde laser, ils ont balayé une large gamme de valeur du paramètre pertinent du problème $Z \frac{v_0^2}{v_t^2}$. Ils ont ensuite établi des ajustements numériques très précis de la fonction de distribution isotrope f_0 . Ils ont montré que la fonction de distribution isotrope qui tient compte aussi bien du bremsstrahlung inverse que des collisions électron-électron peut-être modélisée par des fonctions de la forme

$$f_0^{(m)} = \frac{n_e}{v_t^3} \frac{m}{4\pi\Gamma(3/m)} \left(\frac{\Gamma(5/m)}{\Gamma(3/m)} \right)^{3/2} \exp(-by^{m/2}) \quad (\text{I. 49})$$

où $b = \left(\frac{2 \Gamma(5/m)}{3 \Gamma(3/m)} \right)^{m/2}$, $y = \frac{v^2}{2v_{te}^2}$, Γ est la fonction d'Euler et m est un paramètre qui tient compte de la contribution du bremsstrahlung à la fonction de distribution électronique. Ce paramètre s'exprime sous la forme

$$m = 2 + \frac{3}{1 + \beta}, \quad \text{où } \beta = 1,66 \left(\frac{Zv_0^2}{v_t^2} \right)^{-0.724} \quad (\text{I.50})$$

permettant ainsi de relier explicitement le paramètre m à l'intensité I du laser incident ($v_0^2 \sim E_0^2 \sim I$).

Il a été montré que les fonctions de distribution (I.49) décrivent correctement les comportements asymptotiques $Z \frac{v_0^2}{v_t^2} \ll 1$ et $Z \frac{v_0^2}{v_t^2} > 1$, de la référence [16]. Notons ici que

des travaux similaires de la référence [17] sont rapportés dans la référence [18]

III.3 -Analyse des modes Weibel dus au bremsstrahlung inverse :

Dans la référence [12], les auteurs ont généralisé les résultats de Langdon par la prise en compte des effets du bremsstrahlung inverse dans la partie anisotrope de l'équation de Fokker-Planck. L'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse a été utilisée comme terme de source pour exciter l'instabilité de Weibel dans les plasmas chauffés par laser. Pour cela, la contribution d'un champ électrique haute-fréquence de polarisation longitudinale et transversale, au calcul de l'opérateur bremsstrahlung inverse a été établie explicitement. Dans ce manuscrit, nous limitons la présentation au résultat de la polarisation longitudinale à laquelle nous sommes intéressés dans notre travail.

L'équation de base est l'équation de Fokker-Planck (I.37) qui décrit un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute fréquence. Les collisions électron-électron sont négligées par rapport aux collisions électron-ion ($Z \gg 1$), et le champ électrique est considéré dans l'approximation dipolaire. La fonction de distribution électronique f_e est composée d'une partie basse fréquence f_s et d'une partie haute fréquence f_h oscillant à la fréquence ω du champ électrique :

$$f_e(\mathbf{v}, t) = f_s(\mathbf{v}, t) + \text{Re}[f_h(\mathbf{v}) \exp(i\omega t)] \quad (\text{I.51})$$

La séparation des échelles de temps dans l'équation (I.37) conduit aux équations cinétiques basse-fréquence et haute-fréquence suivantes :

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} - \left\langle \frac{e}{m_e} \ddot{\mathbf{E}}_{hf} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} \right\rangle = C_{ei}(f_s) \quad (\text{I.52})$$

$$\frac{\partial f_h}{\partial t} - \frac{e}{m_e} \ddot{\mathbf{E}}_{hf} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} = C_{ei}(f_h) \quad (\text{I.53})$$

où le symbole $\langle \rangle$ désigne la valeur moyenne sur une période du champ électrique $T = 2\pi / \omega$. L'opérateur de collision électron-ion est donné par l'équation (I.38).

Dans le cas d'une polarisation linéaire suivant l'axe Ox , le champ électrique s'exprime comme

$$\ddot{E}_{hf} = \text{Re}[E_0 \exp(i\omega t)]\ddot{x} \quad (\text{I.54})$$

et la fonction de distribution s'écrit :

$$f_e(\ddot{v}, t) = f_s(v, \mu, t) + \text{Re}[f_h(v, \mu) \exp(i\omega t)] \quad (\text{I.55})$$

où $\mu = \cos\theta = \frac{v_x}{v}$. En utilisant les équations (I.38), (I.54) et (I.55), les équations (I.52) et

(I.53) deviennent :

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} - \frac{v_t^4}{2\lambda_{ei}} \frac{1}{v^3} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial f_s}{\partial \mu} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\frac{eE_0^*}{m_e} \left(\mu \frac{\partial f_h}{\partial v} + \frac{1}{v} (1 - \mu^2) \frac{\partial f_h}{\partial \mu} \right) \right] \quad (\text{I.56})$$

$$i\omega f_h - \frac{v_t^4}{2\lambda_{ei}} \frac{1}{v^3} \frac{\partial}{\partial \mu} (1 - \mu^2) \frac{\partial f_h}{\partial \mu} = \frac{eE_0}{m_e} \left[\mu \frac{\partial f_s}{\partial v} + \frac{1}{v} (1 - \mu^2) \frac{\partial f_s}{\partial \mu} \right] \quad (\text{I.57})$$

où la notation *, signifie 'complexe conjugué'. Pour résoudre le système d'équations (I.56) et (I.57), les fonctions de distribution f_s et f_h sont développées sur la base des polynômes de Legendre $P_l(\mu)$:

$$f_s = \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{2l+1} P_l(\mu) f_{s_l}(v) \quad (\text{I.58})$$

$$f_h = \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{2l+1} P_l(\mu) f_{h_l}(v). \quad (\text{I.59})$$

En utilisant les relations de récurrence des polynômes de Legendre [19], et après quelques manipulations mathématiques l'équation (I.57) s'écrit dans l'approximation haute-fréquence $\omega \gg v_{ei}$:

$$f_{h_i}(v) = \left[-\frac{ieE_0}{\omega m_e} + \frac{eE_0}{\omega^2 m_e} \frac{v_t^4}{2\lambda_{ei}} \frac{l(l+1)}{v^3} \right] \left[\frac{lv^{l-1}}{2l-1} \frac{\partial}{\partial \mu} \frac{\bar{f}_{s_{l-1}}}{v^{l-1}} + \frac{2l+1}{2l+3} \frac{1}{v^{l+2}} \frac{\partial}{\partial v} v^{l+2} \bar{f}_{s_{l+1}} \right]. \quad (\text{I.60})$$

En substituant cette équation (I.60) dans (I.56), on déduit l'équation basse-fréquence pour un ordre d'anisotropie l arbitraire

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{s_l}}{\partial t} + \frac{v_t^4}{2\lambda_{ei}} \frac{1}{v^3} l(l+1) f_{s_l} = \frac{v_t^4 v_0^2}{4\lambda_{ei}} \left[\frac{l^2(l-1)}{2l+1} v^{l-1} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{l-1}{2l-3} \frac{1}{v^4} \frac{\partial}{\partial v} \frac{\bar{f}_{s_{l-2}}}{v^{l-2}} + \frac{l}{2l+1} \frac{1}{v^{2l+3}} \frac{\partial}{\partial v} v^{l+1} \bar{f}_{s_l} \right) \right] + \\ \frac{v_t^4 v_0^2}{4\lambda_{ei}} \left[\frac{(l+1)^2(l+1)}{2l+3} \frac{1}{v^{l+2}} \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{l+1}{2l+1} v^{2l-1} \frac{\partial}{\partial v} \frac{\bar{f}_{s_l}}{v^l} + \frac{l+2}{2l+5} \frac{1}{v^4} \frac{\partial}{\partial v} v^{l+3} \bar{f}_{s_{l+2}} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{I.61})$$

Cette équation (I.61) généralise l'équation (I.45) à des anisotropies d'ordre l arbitraires. Notons ici que pour $l=0$, l'équation isotrope (I.45) établie par Langdon [16] est bien retrouvée. Dans l'approximation stationnaire $\left(\frac{\partial f_{s_l}}{\partial t} = 0 \right)$, l'expression de la seconde anisotropie f_{s_2} peut être aisément déduite à parti de l'équation (I.61) en prenant $l=2$ et en gardant les termes dominants par rapport au paramètre (v_0/v_t) :

$$f_{s_2} = \frac{1}{9\sqrt{5}} \left(\frac{v_0^2}{v^2} \right) v^6 \left[\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v^4} \frac{\partial}{\partial v} f_{s_0} \right) \right]. \quad (\text{I.62})$$

En supposant que la fonction de distribution isotrope f_{s_0} donnée par la fonction de distribution de Maxwell globale (Eq. (I.16)), la seconde anisotropie s'écrit

$$f_{s_2} = \frac{1}{9} \left(\frac{v_0^2}{v_t^2} \right) (3+2y) f_M(y). \quad (\text{I.63})$$

Il apparaît qu'une polarisation linéaire de l'onde laser conduit à une seconde anisotropie positive ($f_{s_2} > 0$). Ceci est due au fait que l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse chauffe préférentiellement le plasma dans la direction $0x$ du champ

électrique, conduisant à une anisotropie de température $T_x > T_\perp$. Ce qui correspond à une seconde anisotropie positive (voir paragraphe II. 2). En utilisant les résultats de la référence [13], le taux d'instabilité $\gamma(k)$ en fonction du paramètre de collision ($k\lambda_0$) été calculé en substituant les expressions (I.16) et (I.63) dans l'équation (I.26). Pour des paramètres typiques des expériences de l'interaction laser-plasma ($Z = 4$, $n_e = 9 \cdot 10^{27} \text{ m}^{-3}$, $T_e = 2 \text{ keV}$ et $v_0 / v_t = 0.3$), Il en a résulté des modes Weibel non collisionnels ($k\lambda_0 \sim 10$) sont excités avec des taux d'instabilité importants ($\gamma > 10^{11} \text{ s}^{-1}$) Ce qui correspond à des valeurs de champs magnétiques de l'ordre du megagauss. De plus, il a été noté que pour les courtes longueurs d'onde laser, les modes les plus instables se situent dans le régime semi-collisionnels.

IV-Conclusion

Nous avons dans ce chapitre présenté l'instabilité de Weibel. Cette instabilité qui excite des modes électromagnétiques se développe dans des plasmas anisotropes en température. Nous avons dans un premier temps exposé à partir d'un modèle fluide le mécanisme physique de l'instabilité ensuite, nous avons présenté le résultat original de Weibel dans le cas d'une faible anisotropie de température. Dans une deuxième partie, nous nous sommes intéressés à l'instabilité de Weibel dans les plasmas créés par laser, particulièrement, à l'instabilité de Weibel induite par l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse.

Chapitre II :

*ANALYSE
DE
L'INSTABILITE
DES
MODES WEIBEL*

I. INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous revisitons l'analyse théorique de l'instabilité de Weibel induite par bremsstrahlung inverse. Nous allons inclure dans cette analyse, le couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser. Jusqu'à présent, le calcul de la fonction de distribution anisotrope et l'analyse de la stabilité des modes sont effectués [8] de façon indépendante et l'effet des champs magnétiques générés, sur l'absorption de l'énergie par bremsstrahlung inverse est négligé. Avec l'avènement de laser de courte longueur d'onde, cette approximation n'est plus valable. En effet, le terme de couplage devient du même ordre de grandeur que le terme de source de l'instabilité.

Ce chapitre est organisé comme suit : Dans un premier paragraphe, nous présentons le modèle théorique utilisé qui est basé sur l'équation de Fokker-Planck (ou de Vlasov-Landau). Nous considérons un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute fréquence de faible amplitude. Nous calculons la fonction de distribution anisotrope à partir de l'équation de Fokker-Planck. Pour cela nous utilisons la méthode de séparation des échelles de temps ainsi que la méthode itérative. Dans le deuxième paragraphe, nous résolvons la partie linéaire de l'équation de Fokker-Planck associée à la perturbation de la fonction de distribution et établissons la relation de dispersion des modes Weibel. La résolution de la relation de dispersion conduit au calcul des taux d'instabilités. Enfin, dans une brève conclusion nous résumons nos principaux résultats.

II. Calcul de la fonction de distribution en présence d'un champ électrique haute fréquence

II-1- Equation de Fokker-Planck

Pour décrire un plasma complètement ionisé où les interactions entre les particules se font par le biais des interactions coulombiennes, nous utilisons l'équation de Fokker-Planck. Pour les électrons, elle s'écrit dans le repère du laboratoire sous la forme :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \ddot{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \ddot{\mathbf{r}}} - \frac{e}{m_e} (\ddot{\mathbf{E}} + \ddot{\mathbf{v}} \times \ddot{\mathbf{B}}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \ddot{\mathbf{v}}} = C_{ee}(f, f) + C_{ei}(f) . \quad (\text{II.1})$$

où f est la fonctions de distribution des électrons, m_e est la masse des électrons, e est la charge élémentaire, $\ddot{\mathbf{E}}$ et $\ddot{\mathbf{B}}$ sont les champs électrique et magnétique présents dans le plasma et, $C_{ee}(f, f)$ et $C_{ei}(f)$ sont respectivement les opérateurs de collision électron-électron et électron-ion.

Dans l'équation (II.1), nous avons effectué quelques approximations qui se justifient physiquement dans les plasmas créés par laser.

i) Approximation de Lorentz

Cette approximation consiste à négliger l'opérateur de collision électron-électron devant l'opérateur de collision électron-ion. Elle est valable pour des plasmas de numéro atomique Z élevé étant donné que le rapport C_{ee}/C_{ei} est inversement proportionnel à Z . Ces plasmas sont ceux des expériences de la fusion par confinement inertiel aux quels nous intéressons dans ce travail.

ii) Approximation sur les ions

Dans ce travail, à cause de leur grande inertie nous négligeons la réponse des ions aux sollicitations du champ électrique haute-fréquence. Cette hypothèse est systématiquement utilisée dans la littérature pour analyser la réponse d'un plasma soumis à un champ laser. De même, nous supposons que l'effet de l'hydrodynamique du plasma sur l'interaction onde-plasma est négligeable. Ceci se justifie par le fait que la vitesse

d'expansion du plasma créé par laser est de l'ordre de $C_s = \sqrt{\frac{ZT_e}{M_i}}$ qui est très faible par

rapport à la vitesse thermique des électrons $v_t = \sqrt{\frac{T_e}{m_e}}$. Cette hypothèse revient à travailler

avec un plasma au repos par rapport au repère du laboratoire.

Enfin, tous les termes dans l'équation cinétique proportionnels au rapport de la masse des électrons sur celle des ions, $\left(\frac{m_e}{M_i} \ll 1\right)$ qui sont nettement moins importants que les autres termes seront négligés dans ce travail. L'une des conséquences de ces approximations est que l'opérateur de collision électron-ion, C_{ei} , ne dépend pas de la fonction de distribution ionique.

En tenant compte des ces approximations, l'équation (II.1) prend la forme :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \ddot{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \ddot{\mathbf{r}}} - \frac{e}{m_e} (\ddot{\mathbf{E}} + \ddot{\mathbf{v}} \times \ddot{\mathbf{B}}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \ddot{\mathbf{v}}} = C_{ei}(f). \quad (\text{II.2})$$

où $\ddot{\mathbf{E}} = \ddot{\mathbf{E}}_h + \ddot{\mathbf{E}}_s$ et $\ddot{\mathbf{B}} = \ddot{\mathbf{B}}_h + \ddot{\mathbf{B}}_s$. Les champs $\ddot{\mathbf{E}}_h$ et $\ddot{\mathbf{B}}_h$ représentent les champs haute fréquence associés à l'onde laser, et les champs $\ddot{\mathbf{E}}_s$ et $\ddot{\mathbf{B}}_s$ sont les champs basse fréquence associés à une perturbation présente dans le plasma. Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à une onde laser polarisée linéairement et dans l'approximation dipolaire. De plus, nous avons négligé la contribution du champ magnétique haute-fréquence de l'onde laser devant la contribution du champ électrique haute-fréquence puisque typiquement, $E_h / B_h \sim c$. L'onde laser est donc décrite par un champ électrique $\ddot{\mathbf{E}}_h$ de la forme

$$\ddot{\mathbf{E}}_h = \ddot{E}_0 \text{Re}(\exp(i\omega_L t)) \quad (\text{II.3})$$

où \ddot{E}_0 et ω_L sont respectivement l'amplitude et la fréquence du champ électrique.

Pour résoudre l'équation (II.2), nous considérons deux échelles de temps, une échelle basse-fréquence (hydrodynamique) et une échelle haute-fréquence (champ laser). Par conséquent, la fonction de distribution électronique f peut s'écrire comme la somme d'une fonction de distribution quasi-statique f_s qui varie lentement dans le temps et d'une fonction de distribution haute-fréquence f_h qui suit la variation temporelle du champ électrique haute fréquence $\ddot{\mathbf{E}}_h$:

$$f(\ddot{\mathbf{r}}, \ddot{\mathbf{v}}, t) = f_s(\ddot{\mathbf{r}}, \ddot{\mathbf{v}}, t) + \text{Re}(f_h(\ddot{\mathbf{v}}) \exp i\omega_L t). \quad (\text{II.4})$$

Les notations sur les indices « s » et « h » se rapportent aux échelles de temps séculaire (basse-fréquence) et haute-fréquence respectivement et elles seront utilisées tout le long de ce travail.

La séparation des échelles de temps dans l'équation (II.2) conduit aux équations cinétiques haute-fréquence et basse-fréquence suivantes :

$$\frac{\partial f_h}{\partial t} - \frac{e}{m_e} \ddot{\mathbf{E}}_h \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} = \frac{e}{m_e} (\ddot{\mathbf{E}}_s + \ddot{\mathbf{v}} \times \mathbf{B}_s) \cdot \frac{\partial f_h}{\partial \mathbf{v}} + C_{ei}(f_h) \quad (\text{II.5})$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \ddot{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e}{m_e} (\ddot{\mathbf{E}}_s + \ddot{\mathbf{v}} \times \mathbf{B}_s) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \mathbf{v}} - C_{ei}(f_s) = \langle \frac{e}{m_e} \ddot{\mathbf{E}}_h \cdot \frac{\partial f_h}{\partial \mathbf{v}} \rangle \quad (\text{II.6})$$

où le symbole $\langle \rangle$ désigne la valeur moyenne sur une période du champ électrique, $T = 2\pi / \omega_L$.

Ces équations constituent les équations de base de notre travail. Elles se présentent sous forme d'un système d'équations couplées. Notons ici, que les termes en champ électrique $\ddot{\mathbf{E}}_s$ et en champ magnétique $\ddot{\mathbf{B}}_s$ traduisent la prise en compte dans notre étude, du champ électromagnétique basse fréquence. Notamment, le premier terme du membre de droite de l'équation (II.5) traduit le couplage des champs quasi-statique avec le champ laser. Rappelons ici, que ce champ, présent dans le plasma, est généré par le mécanisme de l'instabilité de Weibel. Ces termes n'apparaissent pas dans le travail rapporté dans la référence [8] (voir Eqs. (I.52) et (I.53)). Par ailleurs, le membre de droite de l'équation (II.6) est un terme de battement qui traduit la contribution du champ laser dans la description de la fonction de distribution séculaire f_s .

Dans la suite de notre travail, nous modélisons l'opérateur de collision C_{ei} par un opérateur de relaxation de type Krook,

$$C_{ei}(f) = -\nu_{ei}(\mathbf{v})[f - f_M] \quad , \quad (\text{II.7})$$

où $\nu_{ei}(\mathbf{v}) = \frac{\nu}{v^3}$ est la fréquence de collision électron-ion avec $\nu = \nu_t^4 / 2\lambda_{ei}$. L'expression de ν_{ei} est celle obtenue à partir de l'opérateur de collision de Landau [20] en supposant

une fréquence de collision constante quel que soit l'ordre de l'anisotropie de la fonction de distribution. Le choix de l'opérateur de Krook est motivé par sa forme analytique simple. L'effet d'une fréquence de collision variable en fonction des composantes anisotropies de la fonction de distribution sera aussi étudié dans une seconde partie.

Nous allons à présent résoudre le système d'équations (II.5) et (II.6). Pour cela nous allons dans un premier temps calculer la fonction de distribution f_h en fonction de f_s en résolvant l'équation (II.5).

II-2- Résolution de l'équation de Fokker-Planck haute fréquence

Dans un premier temps, analysons l'équation (II.5) pour des paramètres physiques typiques de l'interaction laser-plasma : $T_e = 1 \text{ keV}$, $\lambda_{ei} = 1 \mu\text{m}$ et $\lambda_L = 1.06 \mu\text{m}$ où λ_L est la longueur d'onde du laser. Il apparaît que la fréquence angulaire ω_L de l'onde laser est plus importante que la fréquence de collision électron-ion, ν_{ei} , ($\omega_L = 1.7 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ et $\nu_{ei} = 1.3 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$). Par conséquent, le terme C_{ei} proportionnel à la fréquence de collision ν_{ei} est plus faible par rapport au terme temporel $\frac{\partial f_h}{\partial t} \sim \omega_L f_h$. De plus, notons que typiquement $\frac{E_s}{B_s} \sim \frac{\omega}{kv_t} < 1$, où ω et k sont respectivement la pulsation et le nombre des modes Weibel. Il en résulte que le terme en \ddot{B}_s proportionnel à la fréquence caractéristique $\omega_c = \frac{e}{m_e} B_s$, est du même ordre de grandeur que le terme en C_{ei} pour valeurs du champ magnétique B_s de l'ordre du mégagauss ($\omega_c = 1.710^{13} \text{ s}^{-1}$). Ces ordres de grandeur vont nous permettre de résoudre l'équation (II.5) en posant

$$f_h(\ddot{\mathbf{v}}) = f_h^{(0)}(\ddot{\mathbf{v}}) + \vartheta \left(\frac{\nu_{ei}}{\omega_L}, \frac{\omega_c}{\omega_L} \right) f_h^{(1)}(\ddot{\mathbf{v}}), \quad (\text{II.8})$$

où les indices supérieurs 0 et 1 désignent l'ordre de grandeur correspondant. A l'ordre le plus bas, nous négligeons le membre de droite de l'équation (II.5), obtenant:

$$\frac{\partial f_h^0}{\partial t} = \frac{e}{m_e} \ddot{E}_h \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \ddot{v}}. \quad (\text{II.9})$$

La solution de cette équation s'exprime comme

$$f_h^{(0)}(\ddot{v}) = \frac{e}{m_e} \frac{1}{i\omega_L} \ddot{E}_h \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \ddot{v}} \quad (\text{II.10})$$

Nous résolvons ensuite itérativement l'équation (II.5) en utilisant la solution $f_h^{(0)}$ et pour C_{ei} l'expression (II.7). Il en résulte alors,

$$f_h(\ddot{v}) = -\frac{e}{m_e} \frac{i}{\omega_L} E_{hj} \frac{\partial f_s}{\partial v_j} + \frac{e}{m_e} \frac{v_{ei}(\mathbf{v})}{\omega_L^2} E_{hj} \frac{\partial f_s}{\partial v_j} - \frac{e^2}{m_e^2} (\ddot{E}_s + \ddot{v} \times B_s)_i \frac{\partial}{\partial v_i} \left[E_{hj} \frac{\partial f_s}{\partial v_j} \right] \quad (\text{II.11})$$

où nous avons utilisé la notation d'Einstein qui signifie que les indices répétés correspondent à la sommation sur les indices.

L'expression (II.11) représente la composante haute-fréquence de la fonction de distribution électronique en fonction de sa composante basse fréquence f_s .

II-3 -Résolution de l'équation de Fokker-Planck basse fréquence :

Nous allons à présent résoudre l'équation de Fokker-Planck basse fréquence (II.6) en utilisant l'expression de la fonction de distribution haute fréquence f_h établie dans le paragraphe précédent. En substituant (II.11) dans (II.6), nous obtenons après quelques manipulations mathématiques :

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \ddot{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \ddot{r}} - \frac{e}{m_e} (\ddot{E}_s + \ddot{v} \times B_s) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \ddot{v}} + v_{ei}(\mathbf{v}) [f_s] = S_{BI} \quad (\text{II.12})$$

où

$$\begin{aligned}
S_{BI} = & -\frac{1}{2} \frac{e^2}{m_e^2 \omega_L^2} E_{0l} E_{0j} \frac{\partial}{\partial v_l} \left(v_{ei}(\mathbf{v}) \frac{\partial f_s}{\partial v_j} \right) - \frac{1}{2} \frac{e}{m_e} \frac{e^2}{m_e^2 \omega_L^2} E_{0l} E_{0j} E_{si} \frac{\partial}{\partial v_l} \left[\frac{\partial^2 f_s}{\partial v_i \partial v_j} \right] \\
& - \frac{1}{2} \frac{e}{m_e} \frac{e^2}{m_e^2 \omega_L^2} E_{0l} E_{0j} \frac{\partial}{\partial v_l} \left[\left(\ddot{\mathbf{v}} \times \ddot{\mathbf{B}}_s \right)_i \frac{\partial^2 f_s}{\partial v_i \partial v_j} \right].
\end{aligned} \tag{II.13}$$

L'étape suivant de notre calcul consiste à linéariser l'équation (II.12) en posant

$$f_s = f_s^{(0)} + f_s^{(1)} \tag{II.14}$$

avec la condition $f_s^{(1)} \ll f_s^{(0)}$. La fonction de distribution $f_s^{(0)}$, décrit le plasma en présence du champ laser en haute fréquence $\ddot{\mathbf{E}}_h$ tandis que $f_s^{(1)}$ est la perturbation associée au champ électromagnétique $\ddot{\mathbf{E}}_s$ et $\ddot{\mathbf{B}}_s$. En utilisant le développement (II.14), la séparation des ordres de grandeurs dans l'équation (II.12) conduit à l'équation de Fokker-Planck à l'ordre zéro suivante

$$\frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial t} + \ddot{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial \ddot{\mathbf{r}}} - \frac{1}{2} \frac{e^2}{m_e^2} \frac{E_{0l} E_{0j}}{\omega_L^2} \frac{\partial}{\partial v_l} \left(v_{ei}(\mathbf{v}) \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial v_j} \right) = -v_{ei}(\mathbf{v}) [f_s^{(0)}]. \tag{II.15}$$

Dans la suite, nous supposons l'état non perturbé décrit par un plasma homogène en présence d'un champ électrique $\ddot{\mathbf{E}}_h$ polarisé linéairement suivant la direction Ox . Rappelons ici, que dans ce travail, nous calculons les « effets du bremsstrahlung inverse » dans des plasmas anisotropes. Cette anisotropie en l'absence de gradient des grandeurs hydrodynamiques (température, densité, expansion, ...) est induite par le champ électrique haute-fréquence. Dans cette géométrie, l'équation (II.15) devient alors:

$$\frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial t} - \frac{1}{2} v_0^2 \frac{\partial}{\partial v_x} \left(v_{ei}(\mathbf{v}) \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial v_x} \right) = -v_{ei}(\mathbf{v}) [f_s^{(0)}] \tag{II.16}$$

où $v_0 = \frac{e}{m_e} \frac{E_0}{\omega_L}$ est l'amplitude de la vitesse d'oscillation des électrons dans le champ électrique $\ddot{\mathbf{E}}_h$. La direction de $\ddot{\mathbf{E}}_h$ suivant l'axe Ox , va induire une fonction de distribution

anisotrope dans l'espace des vitesses suivant cette direction, *i.e* ; $f_s^{(0)}(\ddot{v}, t) = f_s^{(0)}(v, v_x, t)$.

En introduisant, les variables (μ, v) où $\mu = \frac{v_x}{v}$, l'équation (II.16) s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial t} - \frac{v}{2} \frac{v_0^2}{v^2} \left[\mu^2 \frac{1}{v} \frac{\partial^2 f_s^{(0)}}{\partial v^2} + (1 - 4\mu^2) \frac{1}{v^2} \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial v} \right] + \frac{3v}{v^3} \frac{v_0^2}{v^2} \mu (1 - \mu^2) \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial \mu} \\ - \frac{v}{v^2} \frac{v_0^2}{v^2} (1 - \mu^2)^2 \frac{\partial^2 f_s^{(0)}}{\partial v \partial \mu} - \frac{v}{2v^3} \frac{v_0^2}{v^2} \frac{\partial^2 f_s^{(0)}}{\partial \mu^2} = -\frac{v}{v^3} [f_s^{(0)}] \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

La symétrie cylindrique autour de l'axe Ox que nous avons adoptée dans ce travail est pratique pour développer la fonction de distribution $f_s^{(0)}$ et l'équation (II.17) sur la base des polynômes de Legendre $P_l(\mu)$. Les polynômes de Legendre sont définis par la relation de récurrence suivante [19]

$$P_l(\mu) = \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{d\mu} \right)^l (\mu^2 - 1)^l \quad (\text{II.18})$$

et, ils vérifient la relation d'orthonormalisation:

$$\int_{-1}^{+1} P_l(\mu) P_{l'}(\mu) d\mu = 2\delta_{ll'} \quad (\text{II.19})$$

où $\delta_{ll'}$ est le symbole de Kronecker. A titre d'exemple, les trois premiers polynômes qui seront utilisés dans nos calculs sont

$$P_0(\mu) = 1, \quad P_1(\mu) = \mu\sqrt{3} \quad \text{et} \quad P_2(\mu) = \frac{3\sqrt{5}}{2} \left(\mu^2 - \frac{1}{3} \right).$$

Le développement de la fonction de distribution $f_s^{(0)}$ sur la base des polynômes de Legendre s'écrit,

$$f_s^{(0)}(\mathbf{v}, \mathbf{v}_x, t) = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\mu) f_{sl}^{(0)}(\mathbf{v}) \quad (\text{II.20})$$

Ce développement permet de séparer la fonction de distribution en une partie angulaire contenue dans $P_l(\mu)$ et une partie énergie contenue dans les composantes $f_{sl}^{(0)}(\mathbf{v})$. Notons que, puisque $P_0(\mu) = 1$, le premier terme du développement (II.20) correspond à la composante isotrope $f_{s0}^{(0)}$, et par conséquent, les autres composantes $f_{sl}^{(0)}$ ($l \geq 1$) décrivent l'anisotropie du plasma dans l'espace des vitesses. La projection de l'équation (II.17) sur la base des polynômes de Legendre $P_l(\mu)$ donne,

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\mu) \frac{\partial f_{sl}^{(0)}}{\partial t} - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{2} \frac{v_0^2}{v^2} \frac{1}{v^2} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\mu) \frac{\partial f_{sl}^{(0)}}{\partial \mathbf{v}} \\ & - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{2} \frac{v_0^2}{v^2} \sum_{l=0}^{\infty} \mu^2 P_n(\mu) \left[\frac{1}{v} \frac{\partial^2 f_{sl}^{(0)}}{\partial v^2} - \frac{4}{v^2} \frac{\partial f_{sl}^{(0)}}{\partial v} \right] + \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{v^2} \frac{v_0^2}{v^2} \sum_{l=0}^{\infty} \mu (1 - \mu^2) \frac{dP_l}{d\mu} \left[\frac{3}{v} f_{sl}^{(0)} - \frac{\partial f_{sl}^{(0)}}{\partial v} \right] \\ & - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{2v^3} \frac{v_0^2}{v^2} \sum_{l=0}^{\infty} (1 - \mu^2)^2 \frac{d^2 P_l}{d\mu^2} f_{sl}^{(0)} = - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}_0}{v^3} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\mu) f_{sl}^{(0)}. \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

Par ailleurs à partir des relations de récurrence suivantes entre les polynômes de Legendre [19]

$$\mu P_l(\mu) = \frac{l+1}{\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l+1}(\mu)}{\sqrt{2l+3}} + \frac{l}{\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l-1}(\mu)}{\sqrt{2l-1}} \quad (\text{II.22})$$

et

$$(1 - \mu^2) \frac{dP_l}{d\mu} = l(l+1) \left[\frac{l}{\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l-1}(\mu)}{\sqrt{2l-1}} - \frac{1}{\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l+1}(\mu)}{\sqrt{2l+3}} \right], \quad (\text{II.23})$$

nous déduisons les relations de récurrence suivantes

$$\begin{aligned} \mu^2 P_l(\mu) &= \frac{l(l-1)}{(2l-1)\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l-2}(\mu)}{\sqrt{2l+3}} + \left[\frac{(l+1)^2}{(2l+1)(2l+3)} + \frac{l^2}{4l^2-1} \right] P_l(\mu) \\ &\quad - \frac{(l+1)(l+2)}{(2l+3)\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l+2}(\mu)}{\sqrt{2l+5}}, \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

$$\begin{aligned} \mu(1 - \mu^2) \frac{dP_l}{d\mu} &= \frac{l(l^2-1)}{(2l-1)\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l-2}(\mu)}{\sqrt{2l-3}} + \left[\frac{l^2(l+1)}{4l^2-1} - \frac{l(l+1)^2}{(2l+3)(2l+1)} \right] P_l(\mu) - \\ &\quad - \frac{l(l+1)(l+2)}{(2l+3)\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l+2}(\mu)}{\sqrt{2l+5}} \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

et

$$\begin{aligned} (1 - \mu^2)^2 \frac{d^2 P_l}{d\mu^2} &= \frac{l(l+2)(l^2-1)}{(2l-1)\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l-2}(\mu)}{\sqrt{2l-3}} + \left[\frac{l^2(3-l)(l+1)}{4l^2-1} - \frac{l(l+4)(l+1)^2}{(2l+3)(2l+1)} \right] P_l(\mu) - \\ &\quad - \frac{l(l^2-1)(l+2)}{(2l+3)\sqrt{2l+1}} \frac{P_{l+2}(\mu)}{\sqrt{2l+5}}. \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

En utilisant les relations (II.24)-(II.26), la projection de l'équation (II.21) sur le polynôme de Legendre P_0 donne:

$$\frac{\partial f_{s_0}^{(0)}}{\partial t} - \frac{v}{6} \frac{v_0^2}{v^2} \left[\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v} \frac{\partial f_{s_0}^{(0)}}{\partial v} \right) \right] - \frac{v}{3} \frac{v_0^2}{v^2} \frac{1}{v} \left[\frac{\partial^2 f_{s_2}^{(0)}}{\partial v^2} + \frac{2}{v} \frac{\partial f_{s_2}^{(0)}}{\partial v} - \frac{6}{v^2} f_{s_2}^{(0)} \right] = C_{ee} \left(f_{s_0}^{(0)}, f_{s_0}^{(0)} \right). \quad (\text{II.27})$$

Dans l'équation (II.27), l'ordre de grandeur de la composante anisotrope f_{s2} est plus petit que celui de la composante isotrope f_{s0} . Ceci est dû au fait que l'intensité du champ électrique haute-fréquence est de magnitude relativement faible, soit $v_0^2/v_t^2 \ll 1$. En gardant donc les termes dominants, il en résulte alors,

$$\frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial t} - \frac{v}{6} \frac{v_0^2}{v^2} \left[\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v} \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} \right) \right] = C_{ee} (f_{s0}^{(0)}, f_{s0}^{(0)}). \quad (\text{II.28})$$

Ce résultat correspond à celui établi par Langdon dans la référence [16] en vue d'étudier l'absorption de l'énergie laser par le mécanisme du bremsstrahlung inverse, dans les expériences de l'interaction laser-plasma. Comme nous l'avons noté dans le chapitre I, au paragraphe III. 2a, le terme dû au bremsstrahlung inverse ($\sim v_0$) rentre en compétition avec l'opérateur de collision électron-électron C_{ee} dont le rôle est de faire tendre le système vers l'équilibre thermodynamique. En l'absence du terme de chauffage, la solution de l'équation (II.28) est la fonction de distribution de Maxwell [Eq. I.46].

L'équation d'évolution de la seconde anisotropie $f_{s2}^{(0)}$ s'obtient en projetant l'équation (II.21) sur le polynôme de Legendre $P_2(\mu)$; d'où en utilisant les relations (II.24)-(II.26), il en résulte

$$\frac{\partial f_{s2}^{(0)}}{\partial t} - \frac{v}{3\sqrt{5}} v_0^2 v \left[\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v^4} \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} \right) \right] = -\frac{v}{v^3} f_{s2}^{(0)} \quad (\text{II.29})$$

où des termes proportionnel à $\left(\frac{v_0}{v_t} \right)^2 f_{s2}^{(0)}$ et $f_{s4}^{(0)}$ relativement plus faibles que les termes en $f_{s0}^{(0)}$, ont été négligés. Dans l'approximation stationnaire, nous pouvons déduire aisément l'expression de la seconde anisotropie, en posant $\frac{\partial f_{s2}^{(0)}}{\partial t} = 0$, dans l'équation (II.29),

$$f_{s2}^{(0)} = \frac{1}{3\sqrt{5}} \frac{v_0^2}{v^2} v^6 \left[\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v^4} \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} \right) \right]. \quad (\text{II.30})$$

Notons, ici que l'approximation stationnaire est généralement utilisée dans l'étude de l'instabilité de Weibel et dans l'étude des phénomènes de transport dans les plasmas créés par laser. Elle correspond à un état d'équilibre d'un plasma homogène collisionnel en présence d'une onde électromagnétique. Par ailleurs, en prenant comme fonction isotrope la fonction de distribution de Maxwell, $f_{s0}^{(0)}(\mathbf{v}) = f_M(\mathbf{v})$, l'expression explicite de $f_{s2}^{(0)}$ est donnée par

$$f_{s2}^{(0)} = \frac{1}{3\sqrt{5}} \left(\frac{v_0}{v_t} \right)^2 \left(3 + \frac{v^2}{v_t^2} \right) f_M. \quad (\text{II.31})$$

Ce résultat montre que la seconde anisotropie est positive ($f_{s2}^{(0)} > 0$), ce qui correspond à une anisotropie de température $T_x > T_\perp$ où T_x et T_\perp désignent respectivement la température suivant la direction Ox et la direction perpendiculaire à Ox . En effet, le champ de l'onde laser étant suivant la direction Ox , l'onde va chauffer préférentiellement le plasma suivant la direction du champ.

De l'équation (II.21), il apparaît de façon générale l'ordre de grandeur suivant :

$$f_{sl}^{(0)} \sim \left(\frac{v_0}{v_t} \right)^2 f_{s(l+2)}^{(0)} \quad \text{où } l \text{ est impair. Nous pouvons donc négliger la première anisotropie}$$

ainsi que toutes les autres anisotropies de la fonction de distribution, supérieures à la seconde anisotropie. Par conséquent, la fonction de distribution séculaire $f_s^{(0)}$ est donnée par

$$f_s^{(0)}(\mathbf{v}, \boldsymbol{\mu}) = f_{s0}^{(0)}(\mathbf{v}) + P_2(\boldsymbol{\mu}) f_{s2}^{(0)}(\mathbf{v}) \quad (\text{II.32})$$

où $f_{s0}^{(0)}$ est la composante isotrope et $f_{s2}^{(0)}$ la seconde anisotropie due à l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse. Comme nous l'avons montré au chapitre 1, la seconde anisotropie de la fonction de distribution est susceptible de générer des champs magnétiques par le mécanisme de l'instabilité de Weibel.

Nous venons dans ce paragraphe de calculer la fonction de distribution anisotrope qui décrit un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute fréquence. Nous allons utiliser ce résultat pour étudier l'instabilité de Weibel due au bremsstrahlung inverse.

III- Analyse de l'instabilité de Weibel

Ce paragraphe est consacré à l'analyse de l'instabilité de Weibel. Nous établissons la relation de dispersion des modes Weibel et déduisons les taux d'instabilité. Pour cela, il est nécessaire de calculer la fonction de distribution perturbée associée à une perturbation électromagnétique.

III-1- Calcul de la fonction de distribution perturbée.

L'équation d'évolution de la fonction perturbée $f_s^{(1)}$ s'obtient à partir de l'équation de Fokker-Planck basse fréquence (II.12) en considérant les termes d'ordre un :

$$\frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial t} + \ddot{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial \ddot{\mathbf{r}}} - \frac{e}{m_e} (\ddot{\mathbf{E}}_s + \ddot{\mathbf{v}} \times \ddot{\mathbf{B}}_s) \cdot \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial \ddot{\mathbf{v}}} + \mathbf{v}_{ei}(\mathbf{v}) [f_s^{(1)}] = I_{BI}(f_s^{(1)}) + I_{BI}(f_s^{(0)}) \quad (\text{II.33})$$

où

$$I_{BI}(f_s^{(1)}) = \frac{1}{2} v_0^2 \frac{\partial}{\partial v_x} \left(\mathbf{v}_{ei}(\mathbf{v}) \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial v_x} \right)$$

et

$$I_{BI}(f_s^{(0)}) = -\frac{1}{2} \frac{e}{m_e} v_0^2 E_{si} \frac{\partial}{\partial v_x} \left[\frac{\partial^2 f_s^{(0)}}{\partial v_i \partial v_x} \right] - \frac{1}{2} \frac{e}{m_e} v_0^2 \frac{\partial}{\partial v_x} \left[(\ddot{\mathbf{v}} \times \ddot{\mathbf{B}}_s)_i \frac{\partial^2 f_s^{(0)}}{\partial v_i \partial v_x} \right].$$

Il apparaît que le calcul de la fonction de distribution perturbée $f_s^{(1)}$ dépend de la fonction de distribution non perturbée $f_s^{(0)}$. L'équation (II.33) peut être simplifiée. En effet le terme

$\frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial t} \sim \omega f_s^{(1)}$ (où ω est la pulsation du mode électromagnétique), peut être négligé devant

le terme collisionnel $\mathbf{v}_{ei} f_s^{(1)}$ étant donné que nous nous intéressons à des modes Weibel

quasi-statiques, $\omega \ll \mathbf{v}_{ei}$. De plus, en considérant l'approximation $\left(\frac{v_0}{v_t} \ll 1 \right)$

correspondant à une onde laser de faible amplitude, il apparaît aussi que le terme $I_{Bl} (f_s^{(1)})$ est plus petit que le terme collisionnel $v_{ei} f_s^{(1)}$. Enfin, en utilisant l'équation de Faraday,

$$\ddot{\vec{E}}_s = -\frac{\omega}{k} \frac{\ddot{\vec{k}} \times \vec{B}_s}{k} \text{ et la condition, } \frac{\omega}{kv_t} \ll 1, \text{ le terme en champ électrique peut être négligé}$$

devant le terme en champ magnétique dans l'expression de $I_{Bl} (f_s^{(0)})$. En tenant compte de

ces ordres de grandeur l'équation (II.33) devient

$$\ddot{\vec{v}} \cdot \frac{\partial f_s^{(1)}}{\partial \ddot{\vec{r}}} - \frac{e}{m_e} (\ddot{\vec{E}}_s + \ddot{\vec{v}} \times \ddot{\vec{B}}_s) \cdot \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial \ddot{\vec{v}}} + v_{ei} (\vec{v}) [f_s^{(1)}] = I_{Bl} (f_s^{(0)}). \quad (\text{II.34})$$

$$\text{avec } I_{Bl} (f_s^{(0)}) = -\frac{1}{2} \frac{e}{m_e} v_0^2 \frac{\partial}{\partial v_x} \left[(\ddot{\vec{v}} \times \ddot{\vec{B}}_s)_i \frac{\partial^2 f_s^{(0)}}{\partial v_i \partial v_x} \right].$$

La polarisation linéaire de l'onde laser et la géométrie de notre problème conduisent à une anisotropie en température positive; de telle sorte que , $T_x > T_\perp$. Cette anisotropie de température est susceptible d'exciter des modes Weibel instables de vecteur d'onde $\ddot{\vec{k}}$ perpendiculaire à la direction Ox (voir Eqs. (I.29) et (I.31)). Dans la suite de ce travail, en se rapportant au système

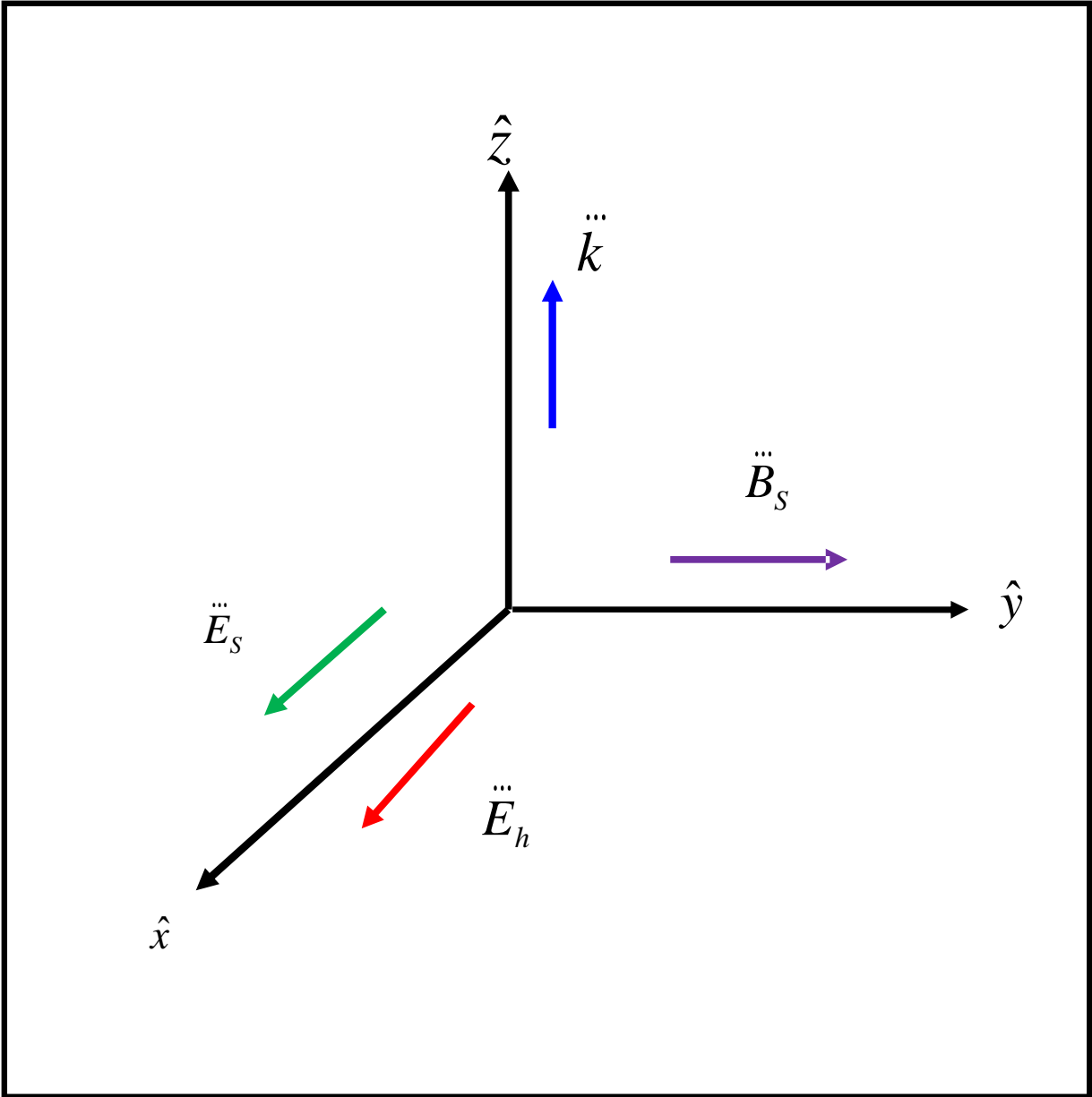


Figure 4 : Géométrie des modes Weibel

Par ailleurs, en utilisant l'expression (II.32) de $f_s^{(0)}$ dans (II.35), il en résulte

$$ikv_z f_s^{(1)} + v_{ei}(v) [f_s^{(1)}] = \frac{e}{m_e} E_s \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v_x} - \frac{e}{m_e} B_s \left(v_z \frac{\partial (P_2 f_{s2}^{(0)})}{\partial v_x} - v_x \frac{\partial (P_2 f_{s2}^{(0)})}{\partial v_z} \right) + I_{BI} (f_{s0}^{(0)}) \quad (\text{II.36})$$

$$\text{avec } I_{BI} (f_{s0}^{(0)}) = -\frac{1}{2} \frac{e}{m_e} v_0^2 B_s \frac{\partial}{\partial v_x} \left[v_x \frac{\partial^2 f_{s0}^{(0)}}{\partial v_z \partial v_x} - v_z \frac{\partial^2 f_{s0}^{(0)}}{\partial v_x^2} \right],$$

Dans l'équation (II.36), la composante anisotrope plus faible que la composante isotrope a été négligée dans le terme en champ électrique E_s . Dans le membre de droite, le premier terme du est le terme de source de l'instabilité de Weibel tandis que le terme $I_{BI} (f_{s0}^{(0)})$ correspondant au couplage du champ quasi-statique \ddot{B}_s avec le champ de l'onde laser ($\sim v_0$). Ce dernier a été jusque-là, négligé dans les études précédentes sur l'instabilité de Weibel due au chauffage par bremsstrahlung inverse [8]. Il est aisé de voir qu'il est du même ordre de grandeur que le terme de source.

A présent, pour résoudre l'équation (II.36), dans un premier temps, il est pratique d'exprimer le vecteur vitesse \ddot{v} dans le système des coordonnées sphériques telles que

$$v_z = v \cos\theta, \quad v_x = v \sin\theta \cos\varphi, \quad v_y = v \sin\theta \sin\varphi$$

où θ et φ sont respectivement les angles polaire et azimutal. En fonction des variables (v, θ, φ) , l'équation s'exprime comme

$$(ikv \cos\theta + v_{ei}(v)) f_s^{(1)} = S_E + S_B \quad (\text{II.37})$$

où

$$S_E = \frac{e}{m_e} E_s \sin\theta \cos\varphi \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} \quad (\text{II.38})$$

et

$$S_B = \left[3\sqrt{5} \frac{e}{m_e} f_{s2}^{(0)}(v) - \frac{1}{2} v_0^2 v \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v} \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} \right) \right] \cos\theta \sin\theta \cos\varphi B_s. \quad (\text{II.39})$$

L'étape suivante du calcul consiste à projeter la fonction $f_s^{(1)}(v, \theta, \varphi)$ sur la base des harmoniques sphériques $Y_l^m(\theta, \varphi)$. Les harmoniques sphériques sont définies par la relation

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = A_l^m P_l^{|m|} \exp(im\varphi) \times \begin{cases} (-1)^m & m \geq 0 \\ 1 & m < 0 \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

$$\text{avec } A_l^m = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \frac{\sqrt{(l-|m|)!}}{\sqrt{(l+|m|)!}}$$

et où les polynômes $P_l^{|m|}$ sont les polynômes de Legendre associés [19], définis par la relation de récurrence suivante

$$P_l^m(\mu) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1-\mu^2)^{m/2} \frac{\partial^{m+l} (\mu^2 - 1)^l}{\partial \mu^{m+l}}. \quad (\text{II.41})$$

Les fonctions $Y_l^m(\theta, \varphi)$ sont orthogonales par le produit scalaire suivant

$$\int d\Omega(\theta, \varphi) Y_l^m Y_{l'}^{m'} = \delta_{ll'} \delta_{mm'}. \quad (\text{II.42})$$

Nous donnons ici, à titre d'exemple les harmoniques sphériques qui seront utilisées dans ce travail :

$$Y_1^{\pm 1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta \exp(\pm i\varphi) \quad \text{et} \quad Y_2^{\pm 1} = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta \cos\theta \exp(\pm i\varphi). \quad (\text{II.43})$$

La projection de la fonction $f_s^{(1)}(v, \theta, \varphi)$ sur la base des harmoniques sphériques s'écrit

$$f_s^{(1)}(v, \theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l f_{sl}^{(1)}(v) Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (\text{II.44})$$

et l'équation (II.37) devient

$$(ikv\cos\theta + v_{ei}(v)) \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l f_{sl}^{(1)}(v) Y_l^m(\theta, \varphi) f_s^{(1)} = S_{E,1}^{\pm 1} + S_{B,2}^{\pm 1} \quad (\text{II.45})$$

avec

$$S_{E1,\pm 1} = \sim \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \frac{e}{m_e} E_s \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} Y_1^{\pm 1} \quad (\text{II.46})$$

et

$$S_{B2,\pm 1} = \sim \sqrt{\frac{2\pi}{15}} B_s \left[3\sqrt{5} \frac{e}{m_e} f_{s2}^{(0)}(v) - \frac{1}{2} v_0^2 v \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v} \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} \right) \right] Y_2^{\pm 1}. \quad (\text{II.47})$$

De la relation (II.40), l'équation (II.45) se réécrit comme

$$ikv \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l f_{sl,m}^{(1)}(v) A_l^m \cos\theta P_l^{|m|} \exp(im\varphi) + \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l v_{ei}(v) f_{sl,m}^{(1)}(v) A_l^m P_l^{|m|} \exp(im\varphi) = S_{E,1}^{\pm 1} + S_{B,2}^{\pm 1} \quad (\text{II.48})$$

Par ailleurs, en utilisant la relation de récurrence [19],

$$\cos\theta P_l^{|m|} = \frac{1}{2l+1} \left[(l-|m|+1) P_{l+1}^{|m|} + (l+|m|) P_{l-1}^{|m|} \right] \quad (\text{II.49})$$

et après quelques manipulation mathématiques l'équation (II.45) devient

$$v_{ei}(v) f_{sl,m}^{(1)} + ikv \left[\frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1} \right] f_{sl-1,m}^{(1)} + ikv \left[\frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1} \right] f_{sl+1,m}^{(1)} = S_{El,m} + S_{Bl,m}. \quad (\text{II.50})$$

où $S_{El,m}$ et $S_{Bl,m}$ sont respectivement les projections des termes S_E et S_B sur les harmoniques sphériques. Dans le développement (II.50), seuls les termes $S_{E1,\pm 1}$ (Eq. II.46) et $S_{B2,\pm 1}$ (Eq. II.47), sont non nuls. L'équation (II.50) est l'équation de base pour le calcul

de la fonction de distribution $f_s^{(1)}$. Elle constitue une hiérarchie infinie d'équations. En effet pour m fixé, l'équation de la composante $f_{sl,m}^{(1)}$ fait intervenir les composantes $f_{sl+1,m}^{(1)}$ et $f_{sl-1,m}^{(1)}$.

Notons par ailleurs, pour $l \geq 3$, le membre de droite de l'équation (II.50) est nul. Il en résulte une relation de récurrence entre les composantes $f_{sl,m}^{(1)}$:

$$v f_{sl,m}^{(1)} = -ikv^4 \left[\frac{l^2 - m^2}{4l^2 - 1} \right] f_{sl-1,m}^{(1)} - ikv^4 \left[\frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1} \right] f_{sl+1,m}^{(1)}. \quad \text{pour } l \geq 3 \quad (\text{II.51})$$

Nous allons à présent résoudre le système d'équations (II.51) à l'aide des techniques mathématiques basée sur les fractions continues. La résolution des équations cinétiques à l'aide des fractions continues [19] a été utilisée pour la première fois dans la référence [13], où le propagateur collisionnel dans l'équation de Fokker-Planck a été explicitement inversé sur la base des harmoniques sphériques. En appliquant ces résultats à l'équation (II.51), et après quelques manipulations mathématiques, nous obtenons

$$f_{s3,m}^{(1)} = -ikv^4 \left(\frac{9 - m^2}{35} \right)^{1/2} F_{3,m} f_{s2,m}^{(1)} \quad (\text{II.52})$$

où $F_{3,m}$ est la fraction continue définie la relation de récurrence suivante :

$$F_{l,m}(k, v) = \left(v + k^2 v^8 \frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1} F_{l+1,m} \right)^{-1} \quad (\text{II.53})$$

Nous devons noter ici, que l'équation (II.52) est la solution exacte de la hiérarchie infinie d'équations (II.51). Elle donne une relation entre les composantes $f_{s3,m}^{(1)}$ et $f_{s2,m}^{(1)}$ qui inclue la contribution de toutes les composantes $f_{sl,m}^{(1)}$ avec $l > 3$.

Des équations (II.51) et (II.52) couplées avec la fraction continue (II.53), nous pouvons calculer toutes les composantes $f_{sl,m}^{(1)}$ de la fonction de distribution perturbée $f_s^{(1)}$.

Dans ce travail, nous limitons le calcul aux composantes $f_{s1,1}^{(1)}$ et $f_{s1,-1}^{(1)}$, suffisantes pour établir la relation de dispersion des modes Weibel.

i) Calcul de la fonction de la composante $f_{s1,1}^{(1)}$

L'équation d'évolution de $f_{s1,1}^{(1)}$ se déduit en posant $l = 1$ et $m = 1$ dans l'équation (II.50),

$$v f_{s1,1}^{(1)} + \sqrt{\frac{3}{15}} ikv^4 f_{s2,1}^{(1)} = v^3 S_{E1,1} . \quad (\text{II.54})$$

A son tour l'équation de $f_{s2,1}^{(1)}$ se déduit de l'équation (II.50), en posant $l = 2$ et $m = 1$:

$$v f_{s2,1}^{(1)} + \sqrt{\frac{3}{15}} ikv^4 f_{s1,1}^{(1)} + \sqrt{\frac{8}{35}} ikv^4 f_{s3,1}^{(1)} = v^3 S_{B2,1} . \quad (\text{II.55})$$

En substituant (II.52) dans (II.55) et en utilisant (II.53), à partir de l'équation (II.54), nous obtenons :

$$f_{s1,1}^{(1)} = v^3 F_{1,1} S_{E1,1} - \frac{i\sqrt{5}}{kv} (1 - v F_{1,1}) S_{B2,1} . \quad (\text{II.56})$$

ii) Calcul de la fonction de la composante $f_{s1,-1}^{(1)}$

De même que pour le calcul de $f_{s1,1}^{(1)}$, la composante $f_{s1,-1}^{(1)}$ se déduit à partir de l'équation de l'équation (II.50), en posant $l = 1$ et $m = -1$ puis $l = 2$ et $m = -1$; il en résulte

$$v f_{s1,-1}^{(1)} + \sqrt{\frac{3}{15}} ikv^4 f_{s2,-1}^{(1)} = v^3 S_{E1,-1} \quad (\text{II.57})$$

$$v f_{s2,-1}^{(1)} + \sqrt{\frac{3}{15}} ikv^4 f_{s1,-1}^{(1)} + \sqrt{\frac{8}{35}} ikv^4 f_{s3,-1}^{(1)} = v^3 S_{B2,-1} . \quad (\text{II.58})$$

Des équations (II.52), (II.53), (II.57) et (II.58), et nous déduisons après quelques étapes mathématiques

$$f_{s1,-1}^{(1)} = v^3 F_{1,1} S_{E1,-1} - \frac{i\sqrt{5}}{kv} (1 - v F_{1,1}) S_{B2,-1} \quad (\text{II.59})$$

où la propriété $F_{l,m} = F_{l,-m}$ a été utilisée.

Pour $f_{s0}^{(0)}(v) = f_M(v)$, et $f_{s2}^{(0)}$ donnée par l'équation (II.31), les expressions de $S_{E1,\pm 1}$ et $S_{B2,\pm 1}$ s'écrivent,

$$S_{E1,\pm 1} = \pm \frac{e}{m_e} 4 \sqrt{\frac{\pi}{3}} \frac{E_s}{v_t} y^{1/2} f_M \quad (\text{II.60})$$

et

$$S_{B1,\pm 1} = \pm \frac{e}{m_e} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} B_s \frac{v_0^2}{v_t^2} (3+y) f_M \quad (\text{II.61})$$

où $y = \frac{v^2}{2v_t^2}$. Des équations (II.56), (II.59)-(II.61), nous déduisons les expressions

explicites des composantes $f_{s1,\pm 1}^{(1)}$

$$f_{s1,\pm 1}^{(1)} = \pm \frac{e}{m_e} 4 \sqrt{\frac{2\pi}{3}} E_s v_t^2 y^2 F_{1,1} f_M \sim \frac{e}{m_e} i \frac{\sqrt{5}}{kv_t} \sqrt{\frac{\pi}{15}} B_s \frac{v_0^2}{v_t^2} (1 - v F_{1,1}) (3+y) y^{-1/2} f_M \quad (\text{II.62})$$

Dans ce paragraphe, nous avons calculé la fonction de distribution $f_s^{(1)}$ associée à la perturbation électromagnétique (\vec{E}_s, \vec{B}_s) . Plus précisément, nous avons calculé, sur la base des harmoniques sphériques les composantes $f_{s1,\pm 1}^{(1)}$. Ce résultat va nous permettre d'établir la relation de dispersion des modes Weibel.

III-2 -Détermination de la relation de dispersion.

Le calcul de la relation de dispersion des modes électromagnétiques semi-collisionnels repose sur l'équation de Fokker-Planck associée aux équations de Maxwell suivantes :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_s = -\frac{\partial \vec{B}_s}{\partial t} \quad (\text{II.63})$$

et

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_s = -\mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_s}{\partial t} \quad (\text{II.64})$$

où \ddot{j} est la densité de courant définie par

$$\ddot{j} = -e \int \ddot{v} f_s^{(1)} d\ddot{v}. \quad (\text{II.65})$$

En choisissant, la dépendance spatio-temporelles des champs \ddot{E}_s et \ddot{B}_s sous forme de mode de Fourier ($\sim \exp(i\omega t + kz)$), les équations (II.63) et (II.64) s'écrivent :

$$kE_s = \omega B_s \quad (\text{II.66})$$

$$kB_s = -i\mu_0 e \int_{-\infty}^{\infty} v_x f_s^{(1)} d\ddot{v}. \quad (\text{II.67})$$

Dans l'équation d'Ampère (II.67), le terme en champ électrique $\left(E_s \sim \frac{\omega}{kv_t} B_s \right)$ plus petit que les autres termes, a été négligé. Par ailleurs, dans le système de coordonnées sphériques employé dans notre problème, et en utilisant le développement de $f_s^{(1)}$ sur les fonctions $Y_{l,m}$, l'équation (II.67) s'écrit :

$$kB_s = -i\mu_0 e \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \int_0^{\infty} v^3 (f_{s1,-1}^{(1)} - f_{s1,1}^{(1)}) dv. \quad (\text{II.68})$$

En substituant les expressions (II.65) dans (II.68) et en utilisant (II.66), nous calculons la relation de dispersion des modes Weibel :

$$\frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} = i \frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{\pi}} \omega v_t^3 \int_0^{\infty} y^3 F_{1,1} \exp(-y) dy + \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \frac{v_0^2}{v_t^2} \int_0^{\infty} y^{1/2} (3+y) (1-v F_{1,1}) \exp(-y) dy. \quad (\text{II.69})$$

En posant $\omega = \omega_r + i\gamma$, le taux d'instabilité γ se déduit, en prenant la partie réelle de la relation (II.69),

$$\gamma(k) = -\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{1}{v_t^3} \frac{1}{\int_0^\infty y^3 F_{1,1}(k\lambda_{ei}, y) \exp(-y) dy} +$$

$$\frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{v_0^2}{v_t^2} \frac{1}{v_t^3} \frac{\int_0^\infty y^{1/2} (3+y)(1-v F_{1,1}) \exp(-y) dy}{\int_0^\infty y^3 F_{1,1}(k\lambda_{ei}, y) \exp(-y) dy} \quad (\text{II.70})$$

Le premier terme de l'équation (II.70) correspond à un terme de perte. Dans la limite collisionnelle ($k\lambda_{ei} \ll 1$), il correspond à un terme de perte dû aux collisions entre particules tandis que dans la limite non collisionnelle ($k\lambda_{ei} \gg 1$), il décrit l'amortissement Landau des modes électromagnétiques. Le deuxième terme de l'équation (II.70) est le terme de source de l'instabilité de Weibel due au bremsstrahlung inverse ($\sim v_0$). L'équation (II.70) donne l'expression du taux d'instabilité $\gamma(k)$ sous forme d'intégrales qui contiennent des fractions continues. Par conséquent, seule l'approche numérique permet de calculer les valeurs numériques des taux d'instabilités. Les calculs ont été effectués à l'aide d'un sous-programme (subroutine) développé au sein de notre équipe de recherche, qui calcule numériquement les fractions continues avec une très grande précision sans rencontrer de problèmes d'overflow inhérents aux schémas habituels [19]. Nous donnons sur les figures 5 et 6, les spectres des taux

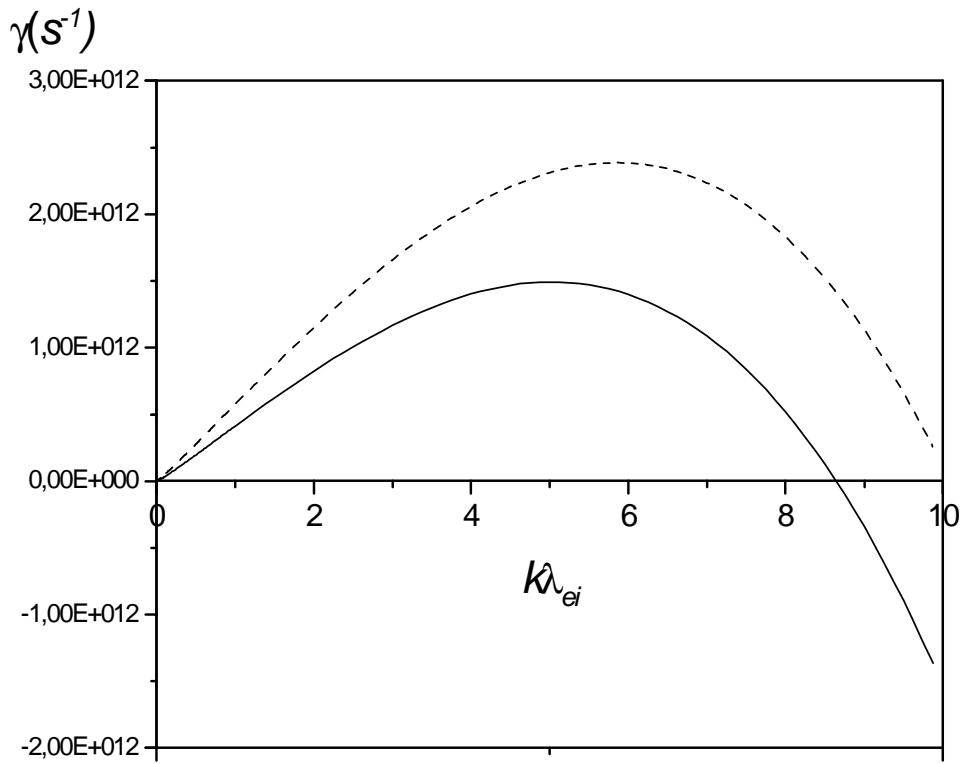


FIGURE 5

Taux d'instabilité γ en fonction du paramètre de collision $k\lambda_{ei}$ pour des paramètres physiques suivants : $n_e = 10^{27} m^{-3}$, $T_e = 2keV$, $\frac{v_0}{v_t} = 0.3$ et $Z = 4$. La courbe en pointillé correspond aux valeurs de γ sans le terme $I_{BI} (f_{s0}^{(0)})$

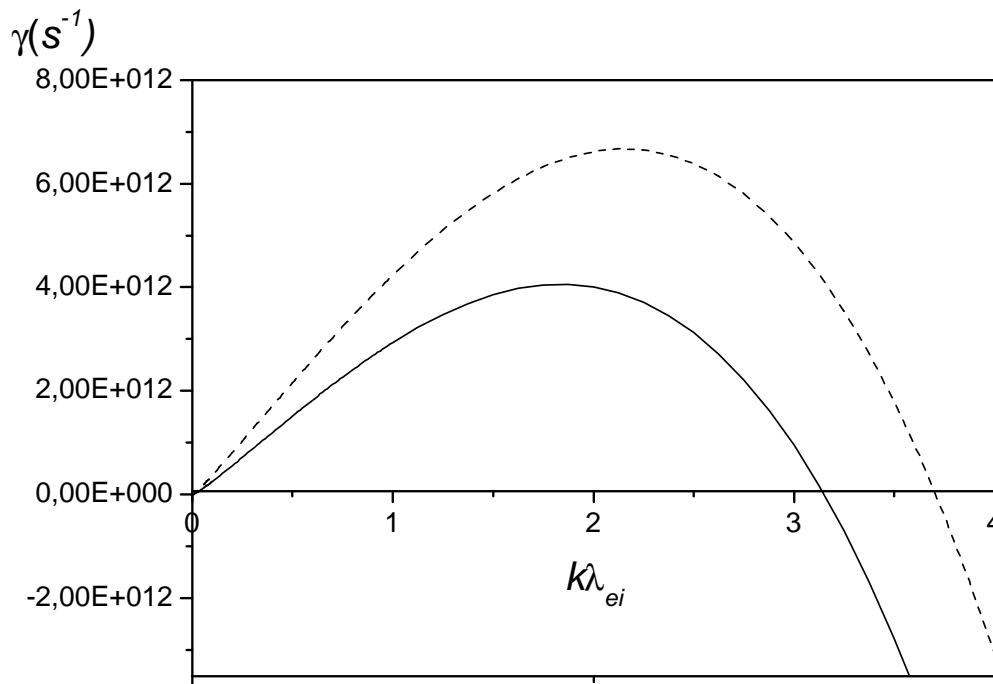


FIGURE 6

Taux d'instabilité γ en fonction du paramètre de collision $k\lambda_{ei}$ pour des paramètres physiques suivants : $n_e = 9.10^{27} m^{-3}$, $T_e = 2keV$, $\frac{v_0}{v_t} = 0.3$ et $Z = 4$. La courbe en

pointillé correspond aux valeurs de γ sans le terme $I_{BI} (f_{s0}^{(0)})$

d'instabilités en fonction du paramètre de collisionnalité $k\lambda_{ei}$ pour différents paramètres physiques du laser et du plasma. Nous avons choisi deux exemples numériques de la référence [8] afin de faire une étude comparative. Nous retrouvons le profil du spectre $\gamma(k)$ qui présente un maximum et qui s'explique par la compétition du terme de perte (collisions et amortissement Landau) avec le terme de source (bremsstrahlung inverse). Notons aussi que l'instabilité se développe pour des modes semi-collisionnels, $2 < k\lambda_{ei} < 8$ pour $n_e = 10^{27} m^{-3}$ et $1 < k\lambda_{ei} < 3$ pour $n_e = 9.10^{27} m^{-3}$.

Les figures 5 et 6, montrent que la prise en compte du couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser conduit à une diminution du domaine spectral des modes instables et à une réduction des valeurs des taux d'instabilités $\gamma(k)$. Pour le mode le plus instable, cette réduction est d'un facteur deux et cela indépendamment des valeurs de la densité électronique n_e . Toutefois, cette réduction n'est pas significative. Les valeurs des taux d'instabilités restent de l'ordre de $\gamma_{\max} \sim 10^{12} s^{-1}$. Nous pensons que cela est dû au choix de l'opérateur de collision de Krook notamment au niveau de la fréquence de collision que nous avons considérée constante quel que soit l'ordre de l'anisotropie de la fonction de distribution. Cette approximation n'est pas réaliste dans la mesure où l'on sait que les collisions ont pour rôle de réduire les anisotropies du plasma en faisant tendre ce dernier vers un état d'équilibre décrit par une fonction de distribution isotrope. Par conséquent, plus les collisions sont importantes plus les anisotropies du plasma sont faibles.

III-3- Amélioration du modèle de l'opérateur de collision électron-ion

Nous allons à présent reprendre l'analyse précédente des modes Weibel en considérant les collisions électron-ion décrit par l'opérateur de relaxation de type Krook suivant :

$$C_{ei}^l(f_l) = -\frac{v}{v^3} l(l+1) [f_l - f_M] \quad (\text{II.71})$$

où f_l est la projection de la fonction de distribution f sur le polynôme de Legendre P_l . Comparativement à l'expression (II.7), nous avons multiplié la fréquence de collision par le facteur $l(l+1)$. Ce facteur correspond aux valeurs propres de l'opérateur de collision de

Landau appliqué aux polynômes de Legendre P_l . Par souci de simplicité, nous ne présenterons pas les calculs de façon aussi détaillée que dans le paragraphe précédent étant donné que la méthode mathématique utilisée est analogue.

i) Calcul de la seconde anisotropie $f_{s2}^{(0)}$

En utilisant l'expression (II.71) de l'opérateur de collision électron-ion, l'équation (II.29) qui décrit l'évolution de la seconde anisotropie $f_{s2}^{(0)}$ devient

$$\frac{\partial f_{s2}^{(0)}}{\partial t} - \frac{2\nu}{3\sqrt{5}} v_0^2 v \left[\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v^4} \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} \right) \right] = -\frac{6\nu}{v^3} f_{s2}^{(0)}. \quad (\text{II.72})$$

En comparaison avec l'expression (II.29), il apparaît dans le deuxième terme du membre de gauche de l'équation (II.72) un facteur 2. Celui-ci provient du terme dominant de la composante haute fréquence f_h (Eq. (II. 11) qui intervient dans le calcul de la fonction séculaire $f_s^{(0)}$,

$$f_h^{(0)}(\ddot{v}) = \frac{e}{m_e} \frac{v_{ei}(v)}{\omega_L^2} E_0 \frac{\partial f_s^{(0)}}{\partial v_x} \quad (\text{II.73})$$

qui projeté sur la base des polynômes de Legendre s'écrit

$$f_h^{(0)}(\ddot{v}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{e}{m_e} \frac{v_{ei}(v)}{\omega_L^2} E_0 \frac{1}{v^3} \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} P_1(\mu), \quad (\text{II.74})$$

où des termes proportionnels à $f_{s2}^{(0)}$ relativement plus faibles que les termes en $f_{s0}^{(0)}$, ont été négligés. Par ailleurs, il est aisé de voir que le facteur 6 dans le membre de droite de l'équation (II.72) est dû au fait que la fréquence de collision associée à la composante anisotrope $f_{sl}^{(0)}$ est multipliée par $l(l+1)$. Il en résulte alors, dans l'approximation stationnaire, l'expression suivante de la seconde anisotropie :

$$f_{s2}^{(0)} = \frac{1}{9\sqrt{5}} \frac{v_0^2}{v^2} v^6 \left[\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{1}{v^4} \frac{\partial f_{s0}^{(0)}}{\partial v} \right) \right]. \quad (\text{II.75})$$

Nous retrouvons l'expression établie dans la référence [8] à partir de l'opérateur de collision de Landau. L'équation (II.75) donne à une seconde anisotropie $f_{s2}^{(0)}$ plus faible d'un facteur 3 par rapport à celle établie dans le paragraphe précédent à partir de l'opérateur C_{ei} (voir Eq. (II.7)). Par ailleurs, en prenant $f_{s0}^{(0)}(v) = f_M(v)$, l'expression (II.75) s'écrit

$$f_{s2}^{(0)} = \frac{1}{9\sqrt{5}} \left(\frac{v_0}{v_t} \right)^2 \left(3 + \frac{v^2}{v_t^2} \right) f_M. \quad (\text{II.76})$$

ii) Calcul de la fonction des composantes $f_{s1,\pm 1}^{(1)}$

Le calcul des composantes $f_{s1,\pm 1}^{(1)}$ de la fonction de distribution $f_s^{(1)}$ en utilisant l'opérateur (II.71) revient à multiplier dans l'équation (II.37), la fréquence de collision $\nu_{ei}(v)$ par le facteur $l(l+1)$. L'expression des fractions continues (II.53) devient

$$F_{l,m}^C(k, v) = \left(\nu l(l+1) + k^2 v^8 \frac{(l+1)^2 - m^2}{4(l+1)^2 - 1} F_{l+1,m}^C \right)^{-1} \quad (\text{II.77})$$

En utilisant les équations (II.76) et (II.77) pour le calcul des composantes $f_{s1,\pm 1}^{(1)}$, nous obtenons après quelques manipulations mathématiques

$$f_{s1,\pm 1}^{(1)} = \pm \frac{e}{m_e} 4 \sqrt{\frac{2\pi}{3}} E_s v_t^2 y^2 F_{1,1}^C f_M \sim \frac{e}{m_e} i \frac{\sqrt{5}}{k v_t} \sqrt{\frac{\pi}{15}} B_s \frac{v_0^2}{v_t^2} (1 - 2\nu F_{1,1}^C) (1 - y/3) y^{-1/2} f_M \quad (\text{II.78})$$

iii) Calcul du taux d'instabilité.

L'expression (II.70) du taux d'instabilité en utilisant les expressions (II.78) devient

$$\gamma(k) = -\frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2} \frac{1}{v_t^3} \frac{1}{\int_0^\infty y^3 F_{1,1}^C(k\lambda_{ei}, y) \exp(-y) dy} +$$

$$\frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{v_0^2}{v_t^2} \frac{1}{v_t^3} \frac{\int_0^\infty y^{1/2} (1 - y/3) (1 - 2\nu F_{1,1}^C(k\lambda_{ei}, y)) \exp(-y) dy}{\int_0^\infty y^3 F_{1,1}^C(k\lambda_{ei}, y) \exp(-y) dy}$$

(II.79)

Nous donnons sur les figures 7 et 8 les spectres des taux d'instabilité $\gamma(k)$ en fonction du paramètre $k\lambda_{ei}$ pour les paramètres physiques du laser et du plasma utilisés dans le paragraphe précédent. Nous retrouvons les résultats établis dans la référence [8] sans le terme de stabilisation $I_B(f_{s0}^{(0)})$. De plus, la comparaison des spectres $\gamma(k)$ dans le cas 1 par exemple (voir figure 5 et 7, courbes en pointillé) montre que l'emploi de l'opérateur C_{ei} surestime d'un facteur 10 les valeurs des taux d'instabilités.

Par ailleurs, l'utilisation de l'opérateur collision C_{ei}^l et la prise en compte du terme $I_B(f_{s0}^{(0)})$ conduit à une réduction importante des taux d'instabilité. Dans le premier cas, les taux d'instabilité diminuent de deux ordres de grandeur. Cette diminution des taux d'instabilité s'accompagne aussi d'une réduction plus importante du domaine spectral d'instabilité. Dans le deuxième cas où la densité électronique est plus grande, les modes Weibel sont complètement stabilisés.

A la lumière de ces résultats, il apparaît que la stabilisation des modes Weibel est sensible au choix de l'opérateur de collision électron-ion. La description des collisions à partir du modèle de relaxation de Krook avec une fréquence de collision constante ne permet pas de mettre en évidence une réduction nette des taux d'instabilités. Il est donc nécessaire pour analyser correctement l'instabilité de Weibel de décrire avec précision les collisions électron-ion. Cette analyse a montré une réduction importante des taux d'instabilité voir même une stabilisation des modes. Par conséquent, la génération de champ magnétique par l'instabilité de Weibel due au bremsstrahlung inverse ne devrait pas affecter les expériences de fusion par confinement inertiel.

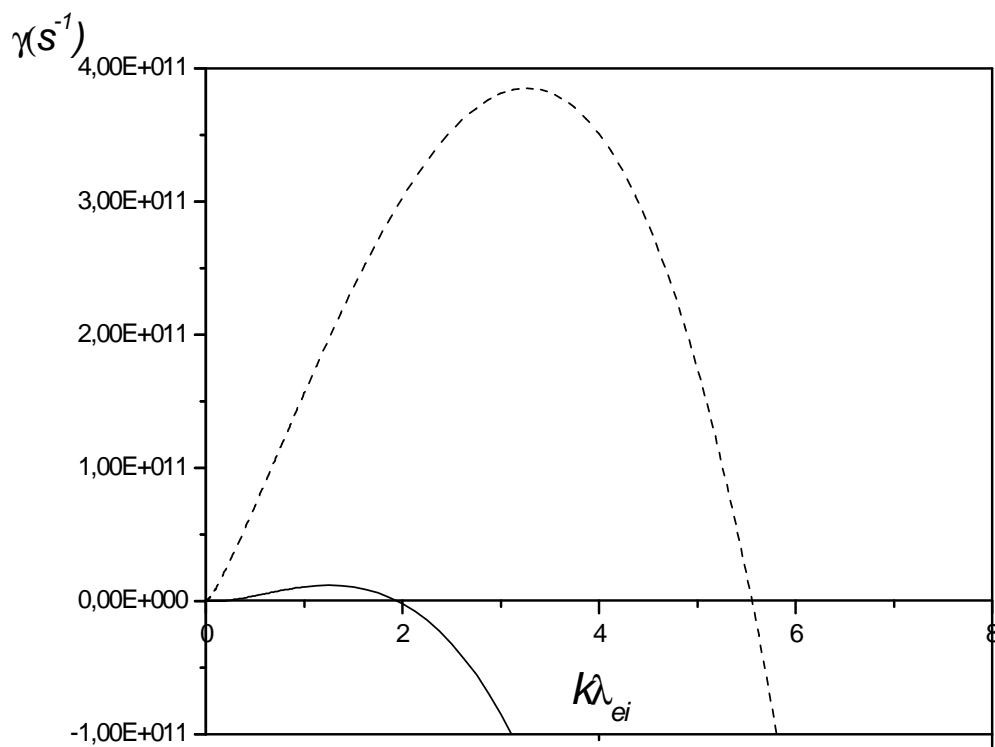


Figure 7

Taux d'instabilité γ à partir du modèle de Krook C_{ei}^I , en fonction du paramètre de collision $k\lambda_{ei}$ pour des paramètres physiques suivants : $n_e = 10^{27} m^{-3}$, $T_e = 2keV$,

$\frac{v_0}{v_t} = 0.3$ et $Z = 4$. La courbe en pointillé correspond aux valeurs de γ sans le terme

$$I_{BI} \left(f_{s0}^{(0)} \right).$$

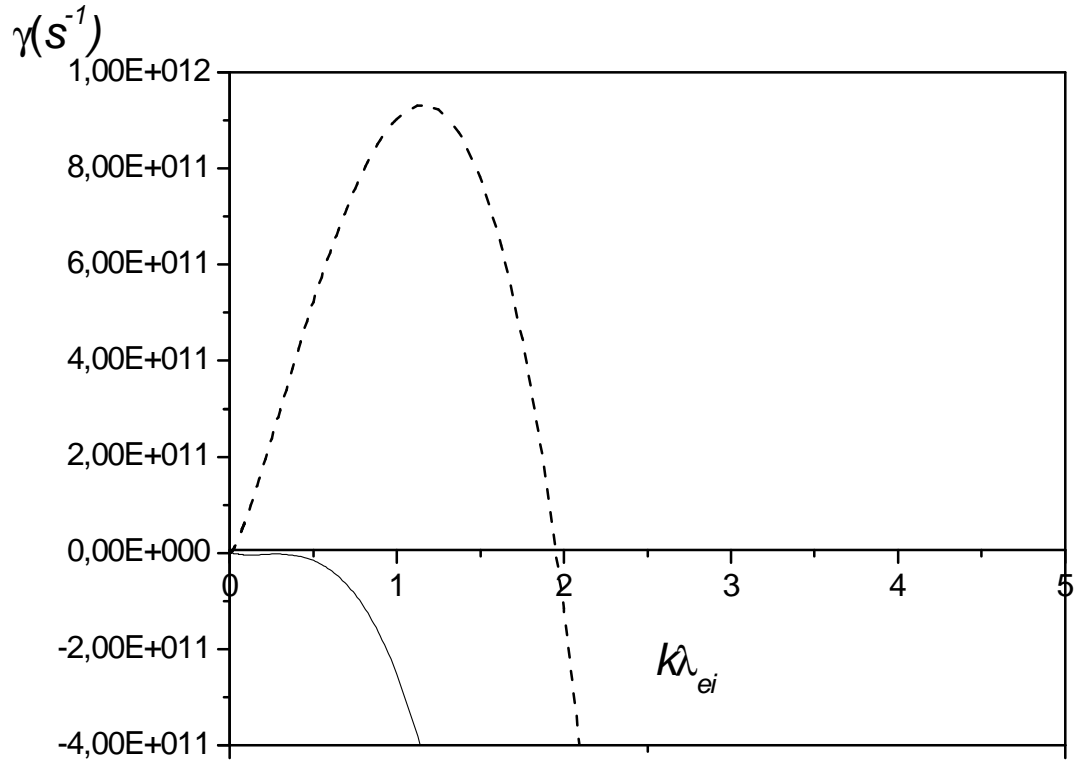


Figure 8

Taux d'instabilité γ à partir du modèle de Krook C_{ei}^I , en fonction du paramètre de collision $k\lambda_{ei}$ pour des paramètres physiques suivants : $n_e = 9.10^{27} m^{-3}$, $T_e = 2keV$,

$\frac{v_0}{v_t} = 0.3$ et $Z = 4$. La courbe en pointillé correspond aux valeurs de γ sans le terme

$$I_{BI} \left(f_{s0}^{(0)} \right)$$

Cependant notre étude est valable pour des intensités laser faibles $\left(\frac{v_0}{v_t} \ll 1\right)$. Pour des intensités laser plus importantes, le terme de source de l'instabilité ($\sim v_0^2$) augmente et par voie de conséquence, susceptible d'exciter des modes Weibel instables.

Avant de conclure ce paragraphe, signalons qu'une étude similaire des modes Weibel à celle présentée dans ce manuscrit est rapportée dans la référence [22]. Les auteurs ont utilisé une approche mathématique différente pour le calcul de la fonction de distribution anisotrope. Ils ont travaillé dans le repère lié à la vitesse d'oscillation \ddot{v}_0 des électrons dans le champ laser haute fréquence. Ils ont aussi utilisé les ajustements numériques des fractions continues de la référence [13], ce qui a donné une différence d'un facteur 3 des valeurs numériques des taux d'instabilité par rapport à celles établies dans ce travail.

IV - Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons revisité l'analyse de l'instabilité de Weibel due à l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse. Nous avons inclus dans cette analyse, le couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser. Nous avons montré que les analyses effectuées jusque-là surestimées les valeurs des taux d'instabilité. La prise en compte du terme de couplage a pour effet de stabiliser les modes Weibel. Nous avons aussi montré que l'étude de l'instabilité de Weibel est sensible au choix de l'opérateur de collision électron-ion.

CONCLUSION

GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail nous avons revisité l'analyse de l'instabilité de Weibel due à l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse dans des plasmas homogènes.

Nous avons inclus dans cette analyse le couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser. Plus précisément, nous avons tenu compte de l'effet du champs magnétique généré, sur l'absorption de l'énergie par bremsstrahlung inverse.

Pour cela, nous avons considéré un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute fréquence de faible amplitude. A partir de l'équation de Fokker-Planck nous avons calculé la fonction de distribution anisotrope qui tient compte du chauffage par bremsstrahlung inverse.

Nous avons établie la relation de dispersion des modes Weibel en tenant compte des termes de couplages des champs magnétiques quasi-statiques avec les champs haute fréquences de l'onde laser.

Le principal résultat obtenu dans cette thèse est que la prise en compte de champs magnétiques sur l'absorption par bremsstrahlung inverse entraîne un effet stabilisateur des modes Weibel. Nous avons trouvé une diminution du domaine des modes instables accompagnée d'une réduction de deux ordres de grandeur des taux d'instabilités voir même une stabilisation des modes. Les analyses précédentes de l'instabilité de Weibel due bremsstrahlung inverse ont donc surestimé les valeurs des champs magnétiques générés. Par conséquent, la génération de champ magnétique par l'instabilité de Weibel due au bremsstrahlung inverse ne devrait pas affecter les expériences de fusion par confinement inertiel.

De nombreuses extensions de ce travail sont possibles. La prise en compte d'un champ magnétique à l'ordre zéro reste à étudier. Aussi, il serait intéressant d'étudier les effets non linaires, combinés aux effets stabilisateurs des champs magnétiques sur les taux d'instabilité. Enfin, avec l'avènement des lasers de puissance, les plasmas créés par laser ont atteint un nouveau régime situé dans le domaine relativiste. Il serait par conséquent nécessaire de d'étudier de l'instabilité de Weibel dans des plasmas relativistes.

REFERENCES

- [1]- J. G. Cordey, R. J. Goldston and R. R. Parker, *Physics Today* **45**, 22 (1992).
- [2]- D. Pesme, *La fusion thermonucléaire contrôlée par laser*, Ed. R. Dautrey et J. P. Watteau (Eyrolles, Paris 1993).
- [3]- J. D. Lindl, R. L. McCroy and E. M. Campbell, *Progress towards and burn propagation in inertial confinement fusion*, *Phys. Today*, **34**, (1992).
- [4]- C. E. Max, *Physics of the coronal plasma in laser target*, Les Houches (Session XXXIV), North Holland Publishing Company (1982); K. Mima and K. Nishikawa, *Parametric Instabilities and Wave Dissipation in Plasmas*, *Handbook of Plasma Physics*, Ed. M. N. Rosenbluth and R. Z. Sager (1984).
- [5]- T. W. Johnston and J. Dawson, *Phys. Fluids* **16**, 722 (1973).
- [6]- V. L. Ginsburg, *Propagation of Electromagnetic waves in Plasma*, Pergamon N. Y. (1973).
- [7]- E. S. Weibel, *Phys. Rev. Lett.* **2**, 83 (1959).
- [8]- A. Bendib, K. Bendib and A. Sid, *Phys. Rev. E* **55**, 7522 (1997).
- [9]- T. W. Johnston, *Phys. Rev.* **4**, 1103 (1960).
- [10]- A. Ramani and G. Laval, *Phys. Fluids* **30**, 1353 (1987)
- [11]- E. M. Epperlein, *Plasma Phys. Control. Fusion* **27**, 1027 (1985); E. M. Epperlein and M. G. Haines *Phys. Fluids* **29**, 1029 (1986)
- [12]- K. Bendib, A. Bendib and A. Sid, *Laser and Particle Beams* **16**, 3 (1998).
- [13]- A. Bendib and J. F. Luciani, *Phys. Fluids* **30**, 1353 (1987).
- [14]- J. P. Matte, A. Bendib and J. F. Luciani, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2067 (1987).
- [15]- P. Alaterre, J. P. Matte and M. Lamoureux, *Phys. Rev. A* **34**, 1578 (1986).
- [16]- A. B. Langdon, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 575 (1980).

- [17] -J. P. Matte, M. Lamoureux, C. Moller, R. Y. Yin, J. Delletrez, J. Virmont and T. W. Johnston, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **30**, 1665 (1988).
- [18] -A. Sid, *Physics of Plasmas*, 1, 214 (2003).
- [19]- M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, (Dover, New York 1970).
- [20] -I. P. Shkarofsky, T. W. Johnston and M. P. Bachynski, *The particule Kinetic of Plasmas*, (Addison-Wesley) 1966.
- [21] -] T. M. MacRobert. *Spherical harmonics an elementary treatise on harmonic functions with applications* second edition, revised. 1947 .
- [22] -A. Sangam, J.P. Morreeuw and V. T. Tikhonchuk *Phys. Plasmas* **14**, 53111 (2007).

Effet De Saturation De L'instabilité De Weibel Induite Par Le Bremsstrahlung Inverse

RESUME :

Dans ce travail nous avons revisité l'analyse de l'instabilité de Weibel due à l'absorption de l'énergie laser par bremsstrahlung inverse dans des plasmas homogènes.

Nous avons inclus dans cette analyse le couplage du champ magnétique auto-généré par l'instabilité avec le champ de l'onde laser. Plus précisément, nous avons tenu compte de l'effet du champs magnétique généré, sur l'absorption de l'énergie par bremsstrahlung inverse.

Pour cela, nous avons considéré un plasma homogène en présence d'un champ électrique haute fréquence de faible amplitude. A partir de l'équation de Fokker-Planck nous avons calculé la fonction de distribution anisotrope qui tient compte du chauffage par bremsstrahlung inverse.

Nous avons établie la relation de dispersion des modes Weibel en tenant compte des termes de couplages des champs magnétiques quasi-statiques avec les champs haute fréquences de l'onde laser.

Le principal résultat obtenu dans cette thèse est que la prise en compte de champs magnétiques sur l'absorption par bremsstrahlung inverse entraîne un effet stabilisateur des modes Weibel. Nous avons trouvé une diminution du domaine spectral des modes instables accompagnée d'une réduction de deux ordres de grandeur des taux d'instabilités voir même une stabilisation des modes. Les analyses précédentes de l'instabilité de Weibel due bremsstahlung inverse ont donc surestimé les valeurs des champs magnétiques générés. Par conséquent, la génération de champ magnétique par l'instabilité de Weibel due au bremsstrahlung inverse ne devrait pas affecter les expériences de fusion par confinement inertiel.

Mots clés : la fusion thermonucléaire .Plasmas chauds ; instabilité ; théorie cinétique ; bremsstrahlung inverse.

Effect of saturation of the Weibel instability induced by inverse bremsstrahlung

Abstract:

In this work we have revisited the analysis of the Weibel instability due to absorption of laser energy by inverse bremsstrahlung in plasmas homogeneous.

We have included in this analysis the coupling of the magnetic field self-generated by the instability with the field of the laser wave. Specifically, we considered the effect of magnetic fields generated on the absorption of energy by inverse bremsstrahlung.

For this, we considered a homogeneous plasma in the presence of an electric field high frequency low amplitude. From the Fokker-Planck equation we have calculated the distribution function which takes into account the anisotropic heating bremsstrahlung reverse.

We have established the dispersion relation of Weibel modes taking into account the terms of couplings of the quasi-static magnetic fields with high frequency fields of the laser wave.

The main result obtained in this thesis is that the inclusion of magnetic fields on the absorption by inverse bremsstrahlung leads to a stabilizing effect of Weibel modes. We found a decrease in the spectral range of unstable modes accompanied by a reduction of two orders of magnitude of the rate of instabilities or even a stabilization modes. The previous analysis of the Weibel instability due bremsstrahlung Conversely, therefore overestimated values of magnetic fields generated. Therefore, the generation of magnetic field by the Weibel instability due to inverse bremsstrahlung should not affect the experiences of inertial confinement fusion.

Key word: thermonuclear fusion. Cold Plasma; instability; kinetic theory; inverse bremsstrahlung;

مفعول تشبع أطوار ويبيل المثارة بواسطة البرمشترا هلنج العكسي

ملخص.

في هذا العمل أجرينا دراسة وتحليل لعدم الاستقرار ويبيل بسبب امتصاص طاقة الليزر بواسطة البرامشترا هلنج العكسي في البلازما المتجانسة. ولقد شملت في هذا التحليل اقتران المجال المغناطيسي الذاتي المتولد عن عدم الاستقرار مع حقل موجة الليزر. على وجه التحديد، احتمرنا تأثير المجالات المغناطيسية متولدة على امتصاص الطاقة من خلال البرامشترا هلنج العكسي. لهذا، يعتبر لدينا بلازما متجانسة في وجود مجال كهربي ذي تردد عال منخفض السعة. من معادلة فوكر بلانك قمنا بحساب دالة التوزيع والتي تأخذ في الاعتبار التدفئة متباينة الخواص للبرامشترا هلنج العكسي. ولقد أنشأنا علاقة تشتت وسائط ويبيل مع مراعاة شروط من المجالات المغناطيسية أي شبه ثابتة مع حقول عالية التردد لموجة الليزر. والنتيجة الرئيسية التي تم الحصول عليها في هذه الرسالة هو أن إدراج المجالات المغناطيسية على امتصاص البرامشترا هلنج العكسي تؤدي الى تحقيق الاستقرار لأطوار ويبيل. وجدنا انخفاضا في النطاق الطيفي وذلك بسبب معدل حالات عدم الاستقرار أو حتى طرق تحقيق الاستقرار. ولذلك المبالغة في تقدير قيم المجالات المغناطيسية المتولدة.

الكلمات المفتاحية

البلازما الحرارية. الأطوار. النظرية الحركية. البرمشترا هلنج العكسي. الاندماج النووي الحراري

Nom du document : MEMEOIRE PDF
Répertoire : F:
Modèle : C:\Documents and Settings\belghit simen\Application
Data\Microsoft\Templates\Normal.dotm
Titre :
Sujet :
Auteur : belghit simen
Mots clés :
Commentaires :
Date de création : 16/03/2010 09:32:00
N° de révision : 187
Dernier enregistr. le : 09/11/2010 20:16:00
Dernier enregistrement par : belghit simen
Temps total d'édition : 1 652 Minutes
Dernière impression sur : 10/11/2010 19:50:00
Tel qu'à la dernière impression
Nombre de pages : 79
Nombre de mots : 16 299 (approx.)
Nombre de caractères : 89 648 (approx.)